กิจกรรมเสริมการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

หน่วยการเรียนรู้ ค่ากลางของข้อมูล เรื่อง สมบัติค่าเฉลี่ยเลขคณิต 2 **เวลา 1 ชั่วโมง**

สาระสำคัญ

สมบัติที่สำคัญของค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1. ผลรวมของความแตกต่างกำลังสองของแต่ละค่าของข้อมูลจากจำนวน a ใด ๆ จะน้อยที่สุด เมื่อ a เท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนั้น กล่าวคือ

   $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2$ จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $a = \bar{x}$

2. ถ้าตัวแปร y สัมพันธ์กับตัวแปร x ในรูปฟังก์ชันเชิงเส้น นั่นคือ

   ถ้า $y_i = ax_i + b$, i = 1 , 2 , 3 ,... , n และ a , b เป็นค่าคงตัวใด ๆ แล้ว

   $$\bar{y} = a\bar{x} + b$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลได้
2. ตระหนักและเห็นคุณค่าของการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูและนักเรียนสนทนาร่วมกันเกี่ยวกับสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้เรียนแล้วในคาบเรียนที่ผ่านมา รวมถึงทบทวนการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx – 991EX Classwiz ตามตัวอย่างที่ 1

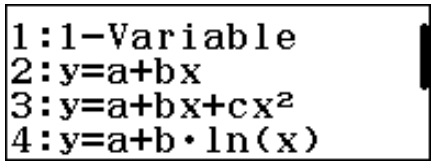
   ตัวอย่างที่ 1 กำหนดข้อมูลคะแนนสอบย่อยของนักเรียน 20 คน จากคะแนนเต็ม 10 คะแนน ดังนี้ 8, 5, 7, 8, 10, 9, 7, 6, 8, 6, 7, 9, 9, 10, 8, 9, 6, 7, 5, 8 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

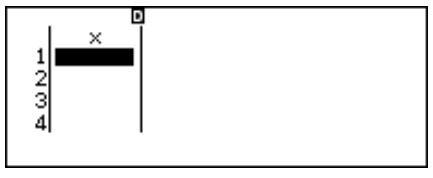
ขั้นตอนการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ทำได้ดังนี้

กด [MENU] [6] เพื่อเลือก 6 : Statistics

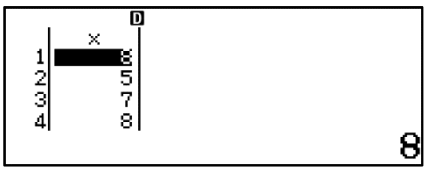
จะปรากฏภาพตามด้านขวามือ

กด [1] เพื่อเลือก 1 – Variable





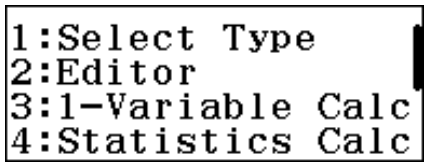
จากนั้นให้ใส่ข้อมูลแต่ละค่าลงไป



กด [8] [=] [5] [=] [7] [=] [8] [=]
[1] [0] [=] [9] [=] [7] [=] [6] [=]
[8] [=] [6] [=] [7] [=] [9] [=] [9]
[=] [1] [0] [=] [8] [=] [9] [=] [6]
[=] [7] [=] [5] [=] [8] [=]

เมื่อป้อนข้อมูลครบแล้ว

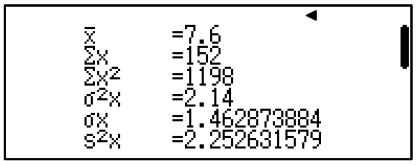
กด [OPTN] [3] เพื่อเลือก 3 : 1 – Variable Calc



จะได้ค่าทางสถิติปรากฏดังภาพ

ในที่นี้จะได้ $\bar{x} = 7.6$

ดังนั้น คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนเท่ากับ 7.6 คะแนน



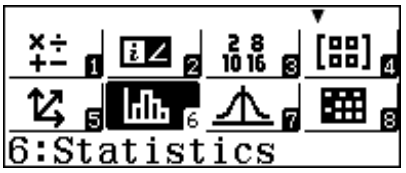
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ครูให้นักเรียนปฏิบัติกิจรรมตาม ตัวอย่างที่ 2 (ขั้นสำรวจและหาความสัมพันธ์)

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดข้อมูลให้ดังนี้ 3, 4, 5, 6, 8, 8, 15 จงหาค่า a ที่ทำให้ $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2$ มีค่าน้อยที่สุด (ให้พิจารณาค่า a ที่เป็นกลางของข้อมูล)

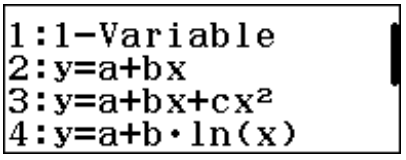
<u>แนวคิด</u> นักเรียนสามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการหาค่ากลางของข้อมูลได้ โดยมีขั้นตอนการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ดังนี้

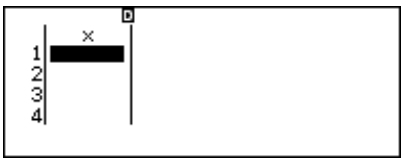
กด [MENU] [6] เพื่อเลือก 6 : Statistics

จะปรากฏภาพตามด้านขวามือ



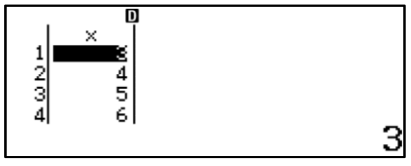
กด [1] เพื่อเลือก 1 – Variable





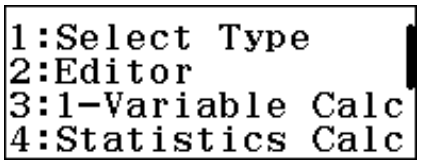
จากนั้นให้ใส่ข้อมูลแต่ละค่าลงไป

[3] [=] [4] [=] [5] [=] [6] [=]
[8] [=] [8] [=] [1] [5] [=]

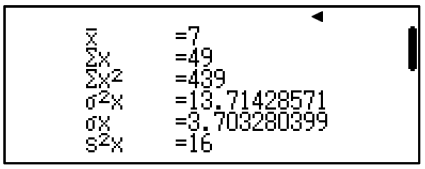


เมื่อป้อนข้อมูลครบแล้ว

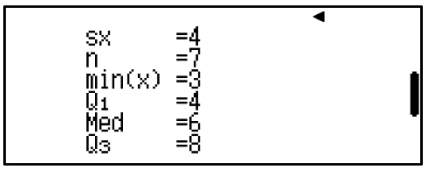
กด [OPTN] [3] เพื่อเลือก 3 : 1 – Variable Calc



จะได้ค่าทางสถิติปรากฏดังภาพ



กด ▼



ในที่นี้ จะได้ $\bar{x} = 7$, $Med = 6$

จะพิจารณาค่า a ดังนี้ a = 7 (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต)

a = 6 (ค่ามัธยฐาน)

และเมื่อพิจาณาข้อมูลจะได้ว่า ฐานนิยม(Mode) = 8

แทนค่า a ใน $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2$

แทน a = 6 จะได้ $(3-6)^2+(4-6)^2+(5-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(8-6)^2+(15-6)^2 = 103$

แทน a = 7 จะได้ $(3-7)^2+(4-7)^2+(5-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(8-7)^2+(15-7)^2 = 96$

แทน a = 8 จะได้ $(3-8)^2+(4-8)^2+(5-8)^2+(6-8)^2+(8-8)^2+(8-8)^2+(15-8)^2 = 111$

จะเห็นได้ว่า ค่า a ที่ทำให้ $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2$ มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ 7

4. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำใบกิจกรรมที่ 1 และให้นักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้จากใบกิจกรรมที่ 1
5. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา โดยให้นักเรียนหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx – 991EX Classwiz ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 ครูทำการสอบเก็บคะแนนนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ปรากฏผลดังนี้

8, 5, 7, 8, 10, 9, 7, 6, 8, 6, 7, 9, 9, 10, 8, 9, 6, 7, 5, 8

(1) จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล

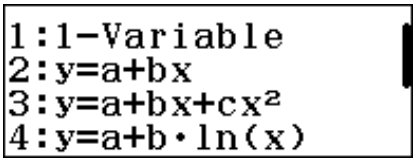
(2) ปรับเพิ่มคะแนนให้นักเรียนทุกคนเพิ่ม 5 คะแนน จงหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดใหม่

<u>แนวคิด</u> (1) หาค่าเฉลี่ยของข้อมูลเดิม ($\bar{x}$)

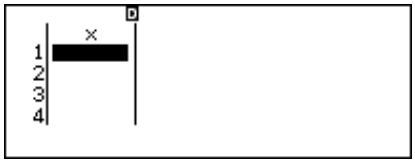
ขั้นตอนการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ทำได้ดังนี้

กด [MENU] [6] เพื่อเลือก 6 : Statistics

จะปรากฏภาพตามด้านขวามือ

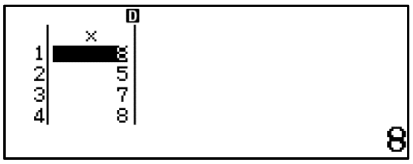


กด [1] เพื่อเลือก 1 – Variable



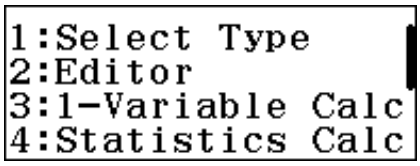
จากนั้นให้ใส่ข้อมูลแต่ละค่าลงไป

[8] [=] [5] [=] [7] [=] [8] [=]
[1] [0] [=] [9] [=] [7] [=] [6] [=]
[8] [=] [6] [=] [7] [=] [9] [=]
[9] [=] [1] [0] [=] [8] [=] [9] [=]
[6] [=] [7] [=] [5] [=] [8] [=]

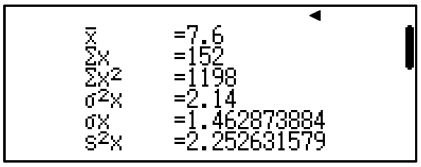


เมื่อป้อนข้อมูลครบแล้ว

กด [OPTN] [3] เพื่อเลือก 3 : 1 – Variable Calc



จะได้ค่าทางสถิติปรากฏดังภาพ



$$\overline{x} = 7.6$$

(2) ปรับเพิ่มคะแนนให้นักเรียนทุกคนเพิ่ม 5 คะแนน

ให้ y_i แทน ข้อมูลชุดใหม่

ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลชุดใหม่กับข้อมูลชุดเดิม คือ $y_i = x_i + 5$

ข้อมูลชุดใหม่ คือ 13, 10, 12, 13, 15, 14, 12, 11, 13, 11, 12, 14, 14

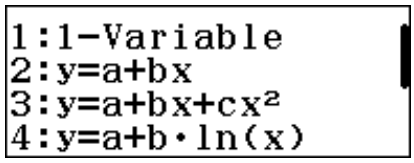
15, 13, 14, 11, 12, 10, 13

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

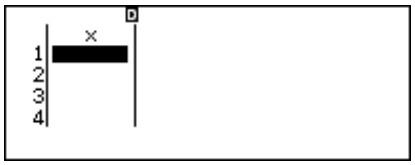
ขั้นตอนการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ทำได้ดังนี้

กด [MENU] [6] เพื่อเลือก 6 : Statistics

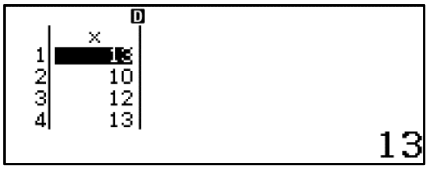
จะปรากฏภาพตามด้านขวามือ



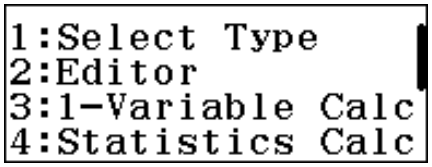
กด [1] เพื่อเลือก 1 – Variable



จากนั้นให้ใส่ข้อมูลแต่ละค่าลงไป

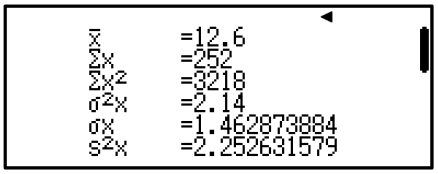


เมื่อป้อนข้อมูลครบแล้ว
กด OPTN 3 เพื่อเลือก 3 : 1 – Variable Calc



จะได้ค่าทางสถิติปรากฏดังภาพ

$\bar{x} = 12.6$



6. จากตัวอย่างที่ 2 ครูให้นักเรียนร่วมกันหาข้อคาดการณ์ที่ได้ ของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลเดิม ($\bar{x}$) กับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ ($\bar{y}$) จะได้ว่า

ถ้าตัวแปร y สัมพันธ์กับตัวแปร x ในรูปฟังก์ชันเชิงเส้น นั่นคือ

ถ้า $y_i = ax_i + b$, i = 1 , 2 , 3 ,... , n และ a , b เป็นค่าคงตัวใด ๆ แล้ว

$$\bar{y} = a\bar{x} + b$$

ในทำนองเดียวกัน ความสัมพันธ์ของมัธยฐานและฐานนิยมของข้อมูลเดิม กับข้อมูลชุดใหม่ในรูปฟังก์ชันเชิงเส้น จะได้ว่า

ถ้าตัวแปร y สัมพันธ์กับตัวแปร x ในรูปฟังก์ชันเชิงเส้น นั่นคือ

ถ้า $y_i = ax_i + b$, i = 1 , 2 , 3 ,... , n และ a , b เป็นค่าคงตัวใด ๆ แล้ว

แล้ว $Med_y = a \cdot Med_x + b$

และ ถ้าตัวแปร y สัมพันธ์กับตัวแปร x ในรูปฟังก์ชันเชิงเส้น นั่นคือ

ถ้า $y_i = ax_i + b$, i = 1 , 2 , 3 ,... , n และ a , b เป็นค่าคงตัวใด ๆ แล้ว

แล้ว $Mo_y = a \cdot Mo_x + b$

7. ครูให้นักเรียนจับคู่กันใบกิจกรรมที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 3 และใบกิจรรรมที่ 4 โดยสามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx–991EX Classwiz ในการช่วยหาค่าทางสถิติที่ต้องการได้
8. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติกลางที่ได้จากใบกิจกรรมที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 3 และใบกิจกรรมที่ 4 (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1 เป็นรายบุคคลและครูทำการสุ่มนักเรียนให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน (ขั้นฝึกทักษะ)

สื่อการเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx–991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1
3. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่องสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต 2
4. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่องสมบัติของค่ากลาง 1
5. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่องสมบัติของค่ากลาง 2
6. แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่องสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต

การวัดผล / ประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 1
2. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2
3. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3
4. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 4
5. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 1
6. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 1

สำรวจสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้

ข้อ	ข้อมูล	$\bar{x}$	a	$\sum(x_i - a)^2$
1	3, 4, 5, 6, 8, 8, 15	7	6	$(3-6)^2+(4-6)^2+(5-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(8-6)^2+(15-6)^2 = 103$
			7	$(3-7)^2+(4-7)^2+(5-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(8-7)^2+(15-7)^2 = 96$
			8	$(3-8)^2+(4-8)^2+(5-8)^2+(6-8)^2+(8-8)^2+(8-8)^2+(15-8)^2 = 111$
2	11, 12, 14, 19, 19			
3	9, 11, 12, 15, 16, 17, 17, 18, 20			
4	11, 15, 15, 15, 17 18, 19, 19, 20, 21			
5	20, 23, 24, 26, 28, 30 35, 36, 38, 40, 41, 43			

จากตาราง ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2

สำรวจสมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx–991EX Classwiz ในการสำรวจ

ข้อ	ข้อมูล x	$\bar{x}$	ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล x กับ y ($y_i = ax_i + b$)	ข้อมูล y	$\bar{y}$
1	8, 5, 7, 8, 10, 9, 7, 6, 8, 6, 7, 9, 9, 10, 8, 9, 6, 7, 5, 8	7.6	$y_i = x_i + 5$	13, 10, 12, 13, 15, 14, 12, 11, 13, 11, 12, 14, 14, 15, 13, 14, 11, 12, 10, 13	12.6
2	14, 15, 20, 18, 23		$y_i = x_i - 3$		
2	19, 20, 24, 27, 32, 34, 40		$y_i = 4x_i$		
3	12, 16, 20, 22, 28, 32, 34, 36		$y_i = \frac{x_i}{2}$		
4	5, 8, 10, 12, 15, 11, 14, 20, 18, 9, 10		$y_i = 2x_i + 5$		
5	5, 7, 8, 6, 7, 8, 9, 8, 5, 9, 6, 11, 12, 10, 9		$y_i = 3x_i - 4$		

จากตาราง ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ ความสัมพันธ์ระหว่าง $\bar{x}$ และ $\bar{y}$

.....

.....

.....

สรุปสมบัติค่าเฉลี่ยเลขคณิตระหว่างข้อมูล x กับข้อมูล y

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 3

สำรวจสมบัติของค่ากลาง 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx–991EX Classwiz ในการสำรวจ

ข้อ	ข้อมูล	Med_x	ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล x กับ y ($y_i = ax_i + b$)	ข้อมูล y	Med_y
ตัวอย่าง	10, 11, 12, 14, 15	12	$y_i = x_i + 7$	17, 18, 19, 21, 22	19
1	14, 15, 20, 18, 23		$y_i = x_i - 3$		
2	19, 20, 24, 27, 32, 34, 40		$y_i = 4x_i$		
3	12, 16, 20, 22, 28, 32, 34, 36		$y_i = \frac{x_i}{2} + 3$		
4	9, 18, 10, 11, 15, 11, 11, 19, 11		$y_i = 2x_i + 5$		
5	10, 20, 40, 20, 40, 30, 50, 40, 40		$y_i = 3x_i - 4$		
6	24, 28, 30, 30, 34, 36, 38, 30, 36, 30		$y_1 = \frac{x_i}{2} - 1$		

จากตาราง ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ว่าข้อมูล y_i จะมีค่ามัธยฐาน สัมพันธ์กับค่ามัธยฐานของข้อมูล x_i อย่างไร

.....

.....

.....

สรุปสมบัติค่ามัธยฐานระหว่างข้อมูล x กับข้อมูล y

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 4

สำรวจสมบัติของค่ากลาง 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx–991EX Classwiz ในการหาค่าข้อมูล y

ข้อ	ข้อมูล	Mo_x	ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล x กับ y ($y_i = ax_i + b$)	ข้อมูล y	Mo_y
ตัวอย่าง	10, 11, 11, 12, 14, 15	11	$y_i = x_i + 7$	17, 18, 18, 19, 21, 22	18
1	14, 15, 18, 20, 18, 23,18		$y_i = x_i - 3$		
2	19, 20, 32, 24, 27, 32, 34, 40, 32		$y_i = 4x_i$		
3	12, 16, 16, 20, 22, 28, 16, 32, 34, 36		$y_i = \frac{x_i}{2} + 3$		
4	9, 18, 10, 11, 15, 11, 11, 19, 11		$y_i = 2x_i + 5$		
5	10, 20, 40, 20, 40, 30, 50, 40, 40, 50		$y_i = 3x_i - 4$		
6	24, 28, 30, 30, 34, 36, 38, 30, 36, 30		$y_1 = \frac{x_i}{2} - 1$		

จากตาราง ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ว่าข้อมูล y_i จะมีค่าฐานนิยม สัมพันธ์กับค่าฐานนิยมของข้อมูล x_i อย่างไร

.....

.....

.....

สรุปสมบัติค่าฐานนิยมระหว่างข้อมูล x กับข้อมูล y

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 1

สมบัติของค่าเฉลี่ยเลขคณิต

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1. กำหนดข้อมูล ดังนี้ 12, 18, 20, 25, 27, 24, 30, 40 แล้ว $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2$ จะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อ a มีค่าเท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดข้อมูล (x) ดังนี้ 7, 3, 6, 5, 9, 6, 7, 8, 9, 5, 6, 9, 7, 4, 5, 3, 9, 5, 9, 8
จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล (y) ซึ่งมีเงื่อนไขดังนี้

(1) $y = 3x - 2$

(2) $y = \frac{1}{2}x + 4.5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. พ่อค้า 10 ราย ซื้อสินค้าชนิดหนึ่งในราคาต่างๆ กันดังนี้ 80, 72, 75, 81, 75, 68, 80, 74, 86, 89
ถ้าพ่อค้าแต่ละคนตั้งราคาขายสินค้าชิ้นนี้ให้มีราคาต่ำกว่าสองเท่าของราคาซื้อ 15 บาท จงหาค่าเฉลี่ยของราคาขายของพ่อค้าทั้ง 10 คน

.....

.....

.....

.....

.....

4. ครูวัดความสูงของนักเรียนชายจำนวน 4 คน โดยความสูงเฉลี่ยของนักเรียนทั้งสี่คนเท่ากับ 166 เซนติเมตร ต่อมาทราบว่าเครื่องวัดความสูงมีความคลาดเคลื่อนคือวัดเกินไป 1 เซนติเมตร ถ้ามีนักเรียนสูงเท่ากันอยู่ถึงสามคน และคนที่สูงที่สุด มีความสูงมากกว่าคนอื่นอยู่ 12 เซนติเมตร จงหาความสูงที่แท้จริงของนักเรียนทั้งสี่คน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ครูรวมคะแนนสอบของนักเรียน 30 คน ได้เท่ากับ 570 คะแนน ต่อมาพบว่า ยังไม่มีคะแนนสอบของนักเรียนคนหนึ่ง แต่เมื่อนักเรียนคนนั้นมาสอบ ค่าเฉลี่ยของข้อสอบที่ได้พบว่ายังคงมีคะแนนเท่าเดิม จงหาว่านักเรียนคนนั้นทำคะแนนสอบได้เท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. ครูสอบเก็บคะแนนนักเรียนห้องหนึ่ง ปรากฏคะแนนดังนี้ 28, 30, 32, 39, 40, 42, 42, 42, 45 เมื่อครูทำการปรับคะแนนใหม่ โดยคูณ 3 และบวก 5 ให้กับนักเรียนทุกคน จงหามัธยมฐานและฐานนิยมของข้อมูลชุดใหม่ที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....