

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ พหุนามตัวแปรเดียว

เรื่องการแยกตัวประกอบ

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

แก้สมการและอสมการพหุนามตัวแปรเดียว ดีกรีไม่เกินสี่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

1. ทฤษฎีบทเศษเหลือ (Remainder Theorem)

ให้ $p(x)$ เป็นพหุนาม $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$

โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a_n \neq 0$

ถ้าหารพหุนาม $p(x)$ ด้วยพหุนาม $x - c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริง แล้วเศษเหลือจะเท่ากับ $p(c)$

2. ทฤษฎีบทตัวประกอบ (Factor Theorem)

ให้ $p(x)$ เป็นพหุนาม $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$

โดยที่ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a_n \neq 0$

พหุนาม $p(x)$ มี $x - c$ เป็นตัวประกอบ ก็ต่อเมื่อ $p(c) = 0$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาเศษเหลือจากการหารพหุนามได้
2. แยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบได้

สาระการเรียนรู้

การแยกตัวประกอบของพหุนาม

กระบวนการจัดการเรียนรู้

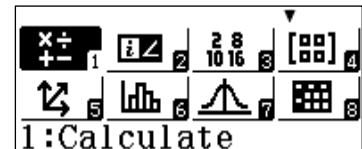
1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา เกี่ยวกับการหาตัวประกอบของจำนวนนับ และการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง
2. ครูใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับ การหาผลหารและเศษจากการหาร $2x^2 + 3x + 7$ ด้วย $x+1$ และ $x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ ด้วย $x-3$

3. ครูยกตัวอย่างทฤษฎีบทเศษเหลือให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาการหาเศษเหลือจากการหารพหุนามทั้งสองนิพจน์ในขั้นนำ และอธิบายเปรียบเทียบการหาเศษจากการหารโดยใช้การตั้งหารยาวและการใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือ

4. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องสมการพหุนามตัวแปรเดียว

5. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 3-4 คน โดยความสามารถ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 2 โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาคำตอบแต่ละข้อ และบันทึกคำตอบที่ได้ลงในตารางที่ 1 แต่ละข้อ โดยสามารถใช้เมนู Calculate หรือ Table ก็ได้ (ขั้นสำรวจ)

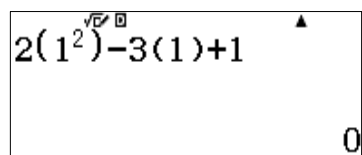
5.1 กด **MENU** เพื่อเลือก 1: Calculate แล้วกด **=**



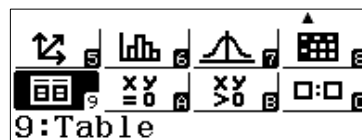
5.2 กด **2** **(** **1** **x²** **)** **-** **3**

(**1** **)** **+** **1** **=**

แล้วบันทึกผลลัพธ์ในตาราง



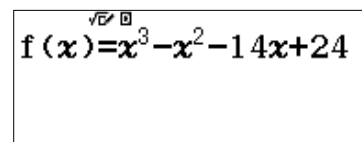
5.3 กรณีพหุนามตัวตั้งเหมือนกัน ตัวหารต่างกัน ครูสามารถแนะนำให้นักเรียนใช้เมนู 9: Table เพื่อความรวดเร็วในการคำนวณดังนี้ (ใช้โจทย์ในใบกิจกรรมที่ 2 ตารางที่ 1 ข้อ 3 และ ข้อ 4)



5.4 กด **MENU** **9** เพื่อเลือก 9 : Table

5.5 หน้าจอขึ้น $f(x) =$ กด

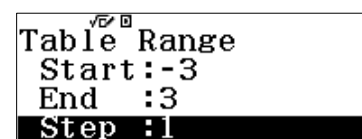
x **SHIFT** **x²** **-** **x** **x²** **-**
1 **4** **x** **+** **2** **4** **=**



5.6 หน้าจอขึ้น $g(x) =$ กด **=**

จากนั้นใส่ Start กับ End โดยกด **(←)** **3** **=** **3** **=** **=**

เลือก Step เป็น 1 (ขั้นสำรวจ)



5.7 พิจารณาค่า x และ $f(x)$ ที่ $x = -1$ และ 2 พบว่า

$f(-1) = 36$ และ $f(2) = 0$ แล้วบันทึกข้อมูลในตาราง

x	$f(x)$
-1	36
0	24
1	10
2	0

5.8 ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณหาเศษเหลือจากการหารโดยเลือก

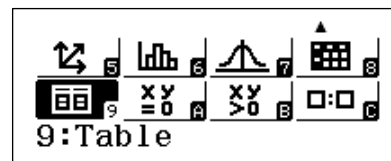
วิธีที่เหมาะสมด้วยตนเองจนได้ข้อมูลครบทุกข้อ

6. ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมาอธิบายคำตอบที่ได้จากตารางที่ 1 ในใบกิจกรรม จำนวน 2-3 กลุ่ม ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

7. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบกิจกรรมที่ 2 ตารางที่ 2 โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX ClassWiz และบันทึกคำตอบที่ได้ลงในตารางที่ 2 แต่ละข้อดังนี้

7.1 กด **MENU** **9** เพื่อเลือก 9 : Table

พิจารณาโจทย์ข้อ 1 ในใบกิจกรรมที่ 2 ตารางที่ 2



7.2 หน้าจอจะขึ้น $f(x)=$

กด **X** **SHIFT** **X²** **+** **2** **X**

X² **-** **X** **-** **2**

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

7.3 หน้าจอขึ้น $g(x)=$ กด **=** **(-)** **3** **=** **3** **=** **=**

เลือก Step เป็น 1

Table Range
Start: -3
End : 3
Step : 1

7.4 พิจารณาค่า x ที่ทำให้ $f(x)=0$ ได้แก่ $x=-2, -1, 1$

และใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบ จะได้ตัวประกอบของพหุนาม

คือ $x+2$, $x+1$ และ $x-1$

x	$f(x)$
-2	0
-1	0
0	-2
1	0

7.5 ครูให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางที่ 2 ให้ถูกต้องและครบทุกข้อ โดยใช้วิธีเดียวกับข้อ 6.2 -6.4

(ขั้นการหาความสัมพันธ์)

8. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาวิธีการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรี 3 และ ดีกรี 4 พร้อมทั้ง
ให้นักเรียน 2-3 ออกมานำเสนอข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการแยกตัวประกอบพหุนาม และบันทึกลงในใบกิจกรรม
ตรงหัวข้อ ข้อสังเกต โดยมีครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2 ข้อที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีบทเศษเหลือ
และการแยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบ (ขั้นการฝึกทักษะ)

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2 ข้อที่ 2 และข้อที่ 3 เพื่อนำความรู้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
(ขั้นประยุกต์ใช้)

กระบวนการจัดการเรียนรู้เพิ่มเติม (CASIO Classroom Sharing)

- ไม่มี -

สื่อการเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991 EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. แบบฝึกทักษะที่ 2

การวัดผล/ประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2
2. ประเมินผลจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 2
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 2

เรื่อง สมการพหุนามตัวแปรเดียว

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาเศษเหลือจากการหารพหุนามที่กำหนดให้ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX ClassWiz (โดยใช้เมนู 1: Calculate หรือ 9: Table ก็ได้)

ตารางที่ 1 เศษเหลือจากการหาร

ข้อ	พหุนามตัวตั้ง	ตัวหาร	ค่า c	เศษจากการหาร $p(c)$
1	$2x^2 - 3x + 1$	$x - 1$		
2	$2x^2 - 3x + 1$	$x + 2$	-2	3
3	$x^3 - x^2 - 14x + 24$	$x + 1$		
4	$x^3 - x^2 - 14x + 24$	$x - 2$		
5	$5x^3 - 6x^2 + 1$	$x - 1$		
6	$5x^3 - 6x^2 + 1$	$x - \frac{1}{2}$		
7	$x^4 - 13x^2 + 36$	$x + 3$		
8	$x^4 - 13x^2 + 36$	$x + 2$		

จากตารางที่ 1 พหุนามในข้อใด มีเศษจากการหารเท่ากับ 0 (หารลงตัว)

.....

.....

ให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการสำรวจ

.....

.....

ตารางที่ 2 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรี ตั้งแต่ 3 ขึ้นไป

ข้อ	พหุนาม $p(x)$	ค่า c ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เป็นตัวประกอบของ a_0	ค่า c ที่ทำให้ $p(c)=0$	ตัวประกอบของพหุนาม	แยกตัวประกอบพหุนาม
1	$x^3 + 2x^2 - x - 2$	$1, -1, 2, -2$	$1, -1, -2$	$x+1$	$(x+1)(x^2 + x - 2) = (x+1)(x-1)(x+2)$
2	$x^3 + 4x^2 + x - 6$				
3	$x^3 - x^2 + 6x$				
4	$2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$				
5	$x^3 - 19x - 30$				
6	$2x^4 - 10x^2 + 8$				
7	$x^4 - 13x^2 + 36$				

จากตารางที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแยกตัวประกอบพหุนาม ซึ่งสรุปได้ดังนี้

.....

.....

.....

การแยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบ โดยต้องการให้ $p(x)$ มีตัวประกอบตัวหนึ่งเป็นพหุนามดีกรี 2 เมื่อกำหนด

1. $p(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 3 ควรหาค่า c อย่างน้อย จำนวน ที่ $p(c)=0$
2. $p(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 4 ควรหาค่า c อย่างน้อย จำนวน ที่ $p(c)=0$
3. $p(x)$ เป็นพหุนามดีกรี n ควรหาค่า c ที่อย่างน้อย จำนวน ที่ $p(c)=0$

ในกรณีพหุนามมีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม มีค่า c ที่ทำให้ $p(c)=0$ และค่า c เป็นเศษส่วนให้นักเรียนอภิปรายความเกี่ยวข้องระหว่างตัวเศษของค่า c กับตัวประกอบของ a_0 และ ตัวส่วนของค่า c กับตัวประกอบของ a_n

.....

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 2

เรื่อง สมการพหุนามตัวแปรเดียว

1. ให้นักเรียนหาเศษจากการหารพหุนาม $p(x)$ ด้วย $x-c$ ที่กำหนดให้

1.1 $p(x) = 6x^2 - 5x - 6$ หารด้วย $x - 2$

1.2 $p(x) = x^3 - 4x^2 - 14x + 24$ หารด้วย $x + 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 $p(x) = 2x^3 - 3x^2 - 32x - 15$ หารด้วย $x + \frac{1}{2}$

1.4 $p(x) = 9x^4 + 5x^2 - 4$ หารด้วย $x - \frac{2}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนหาค่า a และ b จากข้อมูลที่กำหนดให้

2.1 นำ $x^3 + ax^2 - x + 30$ หารด้วย $x + 2$ ลงตัว

2.2 นำ $8x^3 - 3x^2 + 5x + b$ หารด้วย $2x - 1$ แล้ว

เหลือเศษ 2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 นำ $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ ทหารด้วย $x-1$ และ $2x+1$ เหลือเศษ -4 และ 6 ตามลำดับ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 นำ $x^4 + ax^3 - 10x^2 + bx + 24$ ทหารด้วย $x^2 - x - 6$ ลงตัว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนแยกตัวประกอบพหุนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

3.1 $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 $6x^3 - 7x^2 + 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.3 $6x^4 + 17x^2 + 5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.4 $x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 2 + 4x + 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....