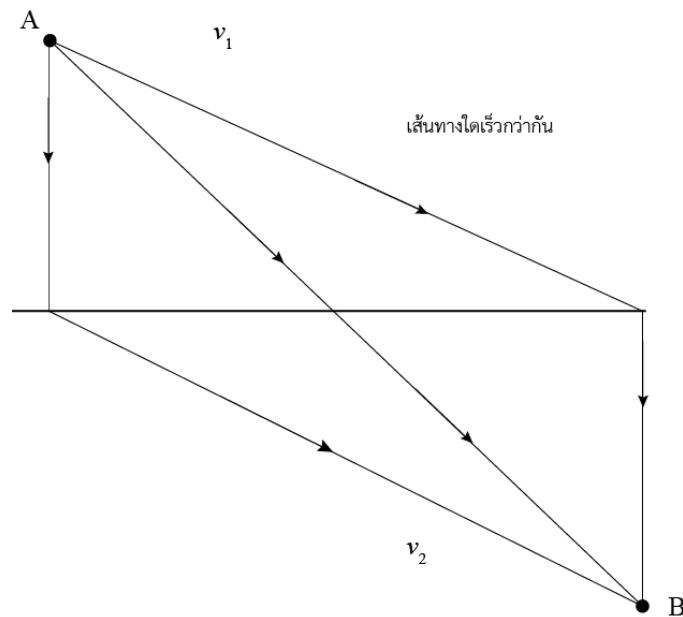


แนวทางไขปริศนา ตอน 23.รางไหนเร็วกว่ากัน

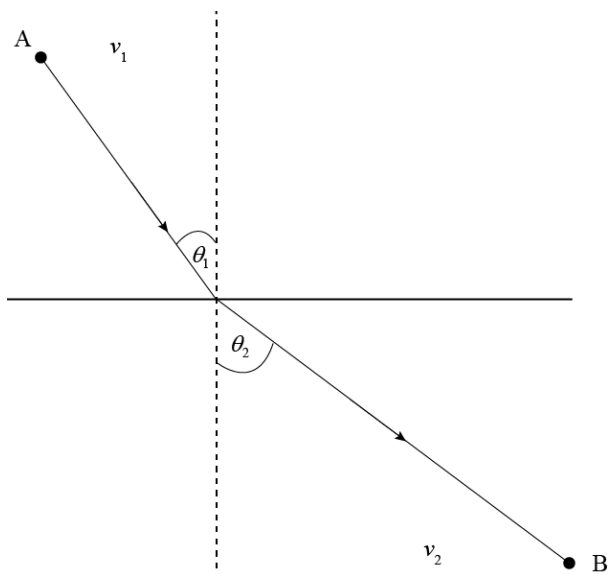
เป็นแนวทางเริ่มต้นเพื่อให้ผู้ชมเดินทางหาคำตอบสุดท้ายเอง โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์

CyCloid

เป็นที่รู้กันว่าเส้นตรงเป็นเส้นทางที่สั้นที่สุดระหว่างจุดสองจุด ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ เส้นตรงจะเป็นเส้นทางที่วัตถุใช้เวลาในการเคลื่อนที่น้อยที่สุด แต่ถ้าความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุไม่คงที่ตลอดเส้นทางการเคลื่อนที่แล้ว เส้นทางใดจะเป็นเส้นทางที่จะทำให้วัตถุเคลื่อนที่จากจุด A ไปจุด B ได้โดยใช้น้อยที่สุด



นักวิทยาศาสตร์ชื่อ Pierr de Fermat เป็นผู้เสนอหลักการที่ว่าอนุภาคจะเคลื่อนที่ในเส้นทางที่ทำให้ระยะเวลาในการเดินทางใช้น้อยที่สุด (Fermat's principle หรือ principle of least time) ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า เส้นทางที่ใช้น้อยที่สุดนั้นจะต้องทำให้



$$\frac{\sin \theta}{v} = \text{constant}$$

กลับมาที่ปัญหาของเรา การเคลื่อนที่ของลูกเหล็กเคลื่อนที่ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก ทำให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของลูกเหล็กมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่ลูกเหล็กเคลื่อนที่ได้ในแนวดิ่ง กับความเร็วของลูกเหล็กสามารถหาได้จากกฎอนุรักษ์พลังงาน

$$\Sigma E_i = \Sigma E_f$$

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2$$

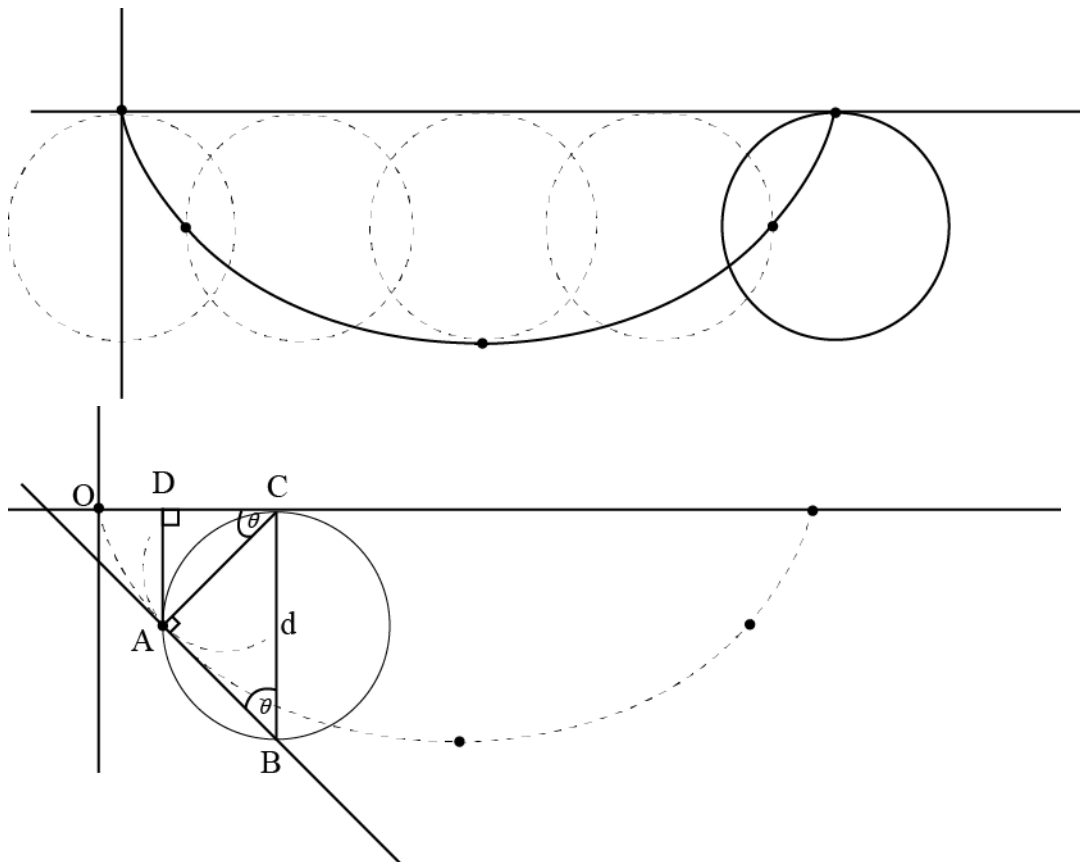
$$v = \sqrt{2gy}$$

เมื่อนำความเร็วกลับไปแทนในสมการข้างต้น จะได้เส้นทางที่ลูกเหล็กเลือกในการเคลื่อนที่ดังนั้น

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{2gy}} = \text{constant}$$

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{y}} = \text{constant}$$

รูปทรงทางเรขาคณิตที่สอดคล้องกับสมการข้างต้นเรียกว่า **cycloid** ซึ่งเป็นเส้นทางโค้งที่เกิดจากแนวทางการเดินของจุดตรึงจุดหนึ่งบนเส้นรอบวงของวงกลม เมื่อกิ่งวงกลมไปตามแนวระดับเป็นเส้นตรง 1 รอบ ดังรูป



จากรูปด้านบน ความยาวเส้นตรง AC มีค่าเท่ากับ

$$AC = d \sin \theta$$

ดังนั้นความยาวเส้นตรง AD จึงมีค่าเท่ากับ

$$AD = d \sin^2 \theta$$

โดยที่ความยาวเส้นตรง AD คือระยะความสูงที่ลูกเหล็กเคลื่อนที่ได้ในแนวตั้ง เมื่อลูกเหล็กกลิ้งลงตาม cycloid จากจุด O ตามโค้งเส้นประ ดังนั้น

$$y = AD$$

$$y = d \sin^2 \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{y}} = \text{constant}$$

เราจึงสรุปได้ว่า เมื่อความเร็วในการเคลื่อนที่ของอนุภาคไม่คงที่ เส้นทางที่ทำให้อนุภาคเดินทางจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง โดยใช้เวลาน้อยที่สุดจะเป็นเส้นทางที่มีลักษณะเป็น cycloid