**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

**หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม**

**เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม เวลา 1 ชั่วโมง**

**ผลการเรียนรู้**

1. เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

**สาระสำคัญ**

**บทนิยาม 1**

ให้  เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวก



*n* ตัว

 เมื่อ 

 เมื่อ 

**ทฤษฎีบท 1**

ให้ เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ และ  เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติของเลขยกกำลังและแก้ปัญาได้
2. เขียนจำนวนที่กำหนดให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้

**สาระการเรียนรู้**

1. ถ้า  แทนจำนวนใดๆ และ n แทนจำนวนเต็มบวก “ ยกกำลัง n” หรือ “ กำลัง n” เขียนแทนด้วย  มีความหมายดังนี้



n ตัว

เรียก  ว่า เลขยกกำลังที่มี  เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กำลัง

2. สมบัติของเลขยกกำลัง

ให้ เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์ และ เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนผลคูณ (-5)4  53 ในรูปเลขยกกำลัง

**วิธีทำ** (-5)4  53 = (-5)  (-5)  (-5)  (-5)  53

= 54  53

= 54 + 3

= 57

**ตอบ** 57

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลลัพธ์ 5  5 ในรูปเลขยกกำลัง

**วิธีทำ**  = 5

= 5

**ตอบ** 5

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

1. ครูทบทวนความหมายของเลขยกกำลังโดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและยกตัวอย่างดังนี้
   1. จำนวนต่อไปนี้เขียนในรูปการคูณได้อย่างไร และผลลัพธ์เท่ากับเท่าไร
      1. 23

23 = 2 × 2 × 2

ดังนั้น 23 = 8

* + 1. (-2)3

(-2)3 = (-2) × (-2) × (-2)

ดังนั้น (-2)3 = -8

* + 1. (-5)4

(-5)4 = (-5) × (-5) × (-5) × (-5)

ดังนั้น (-5)4 = 625

* + 1. -74

-74 = - (7 × 7 × 7 × 7)

ดังนั้น -74 = -2401

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของเลขยกกำลังว่า ถ้า  แทนจำนวนใดๆ และ n แทนจำนวนเต็มบวก “ ยกกำลัง n” หรือ “ กำลัง n” เขียนแทนด้วย  มีความหมายดังนี้



n ตัว

เรียก  ว่า เลขยกกำลังที่มี  เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กำลัง

2. ครูแนะนำการใช้ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการคำนวณค่าของเลขยกกำลัง ดังนี้

2.1 กดปุ่ม w



* 1. กด 1

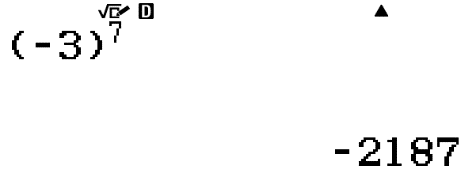


* 1. หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง



หาค่าของ 53 ให้กดปุ่มดังนี้

5^3=

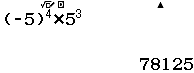


* 1. ลองหาค่าของ (-3)7 สามารถกดปุ่มดังนี้

(z3)^7=

* 1. ลองหาค่าของ -65 สามารถกดปุ่มดังนี้

z6^5=

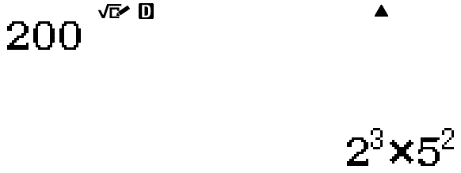
* 1. หาค่าของ (-5)4  53 ให้กดปุ่มดังนี้

(z5)^4$

O5^3$=

* 1. แยกตัวประกอบของ 81 ให้กดปุ่มดังนี้

81=qx



* 1. แยกตัวประกอบของ 200 ให้กดปุ่มดังนี้

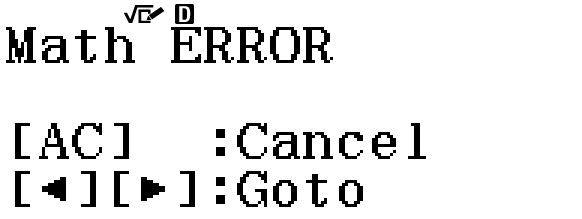
200=qx

1. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อเป็นการฝึกทักษะการกดเครื่องคิดเลขและทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องเลขยกกำลัง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความสัมพันธ์ของฐาน (ฐานไม่เท่ากับศูนย์) เลขชี้กำลัง และผลลัพธ์ของเลขยกกำลัง จนได้ข้อสรุปว่า

* เมื่อฐานเป็นจำนวนบวก เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก
* เมื่อฐานเป็นจำนวนลบ เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มคู่บวก ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก

แต่ถ้าฐานเป็นจำนวนลบ เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มคี่บวก ผลลัพธ์เป็นจำนวนลบ

* เมื่อฐานเป็นจำนวนใดที่ไม่เท่ากับศูนย์ เลขชี้กำลังเป็นศูนย์ ผลลัพธ์เป็นหนึ่งเสมอ
* เมื่อ เป็นจำนวนจริงซึ่งและ n เป็นจำนวนเต็ม

ครูนำอภิปรายเรื่อง  โดยให้นักเรียนทดลองกดเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ซึ่งหน้าจอจะปรากฏ ดังรูป จากนั้นครูแนะนำว่าข้อตกลงในการเรียนเรื่องนี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ 0 ดังนั้นจึงไม่นิยาม 



1. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าเลขยกกำลังในใบกิจกรรมที่2 เรื่อง สำรวจสมบัติเลขยกกำลัง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบ (ขั้นสำรวจ)
2. ครูให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์จากใบกิจกรรมที่ 2 จากนั้นให้นักเรียนนำเสนอสมบัติที่นักเรียนค้นพบโดยสุ่มนักเรียนนำเสนอข้อค้นพบทีละสมบัติ จากนั้นครูให้นักเรียนทดลองยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสมบัติที่นักเรียนค้นพบในแต่ละสมบัติ เพื่อตรวจสอบสิ่งที่นักเรียนค้นพบ (ขั้นการหาความสัมพันธ์)
3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของเลขยกกำลัง (ขั้นการสรุปความสัมพันธ์)
4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย จากนั้นครูยกตัวอย่างเลขยกกำลังโดยที่ฐานอยู่ในรูปของตัวแปรให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก เช่น ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3 เลขยกกำลังอย่างง่าย โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณ-วิทยาศาสตร์และครูเฉลยคำตอบ เมื่อนักเรียนทำเสร็จครูสุ่มนักเรียนเฉลยคำตอบทีละข้อ โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้องและร่วมกันอภิปรายถึงสมบัติของเลขยกกำลังที่ใช้ในแต่ละข้อ (ขั้นการฝึกทักษะ)
5. ครูยกตัวอย่างเลขยกกำลังที่กำหนดให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยเลขยกกำลังทุกจำนวนมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก เช่น  และ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย (ขั้นประยุกต์ใช้)

ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับเลขยกกำลัง โดยใช้การถามตอบดังนี้

ตัวอย่างปัญหาในชีวิตประจำวัน (ไม่ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์)

กำหนดให้ลูกบอลเมื่อตกลงมาจากที่สูง ลูกบอลจะกระเด้งขึ้นมาโดยมีความสูงจากพื้นเท่ากับ  เท่าของความสูงเริ่มต้น ถ้าโยนลูกบอลลงจากตึกแห่งหนึ่งซึ่งสูง 483 เมตร จงหา

* ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 1
* ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 2
* ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 3
* ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 4

แนวคิด

เมื่อลูกบอลตกลงมาและกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 1 จะมีความสูงจากพื้นเท่ากับ

 = 

= 

= 

= 

= 

ตอบ ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 1 คือ 324 เมตร

เมื่อลูกบอลตกลงมาและกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 2 จะมีความสูงจากพื้นเท่ากับ

 = 

= 

= 

= 

= 

ตอบ ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 2 คือ 216 เมตร

เมื่อลูกบอลตกลงมาและกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 3 จะมีความสูงจากพื้นเท่ากับ

 = 

= 

= 

= 

= 

ตอบ ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 3 คือ 144 เมตร

เมื่อลูกบอลตกลงมาและกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 4 จะมีความสูงจากพื้นเท่ากับ

 = 

= 

= 

= 

= 

ตอบ ความสูงของลูกบอลจากพื้นหลังจากกระเด้งขึ้นมาครั้งที่ 4 คือ 96 เมตร

ตัวอย่างปัญหาในชีวิตประจำวัน (ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์)

 จากการตรวจสอบข้อมูลทางเว็บไซต์ [dopa.go.th กรมการปกครอง](http://stat.dopa.go.th/stat/statnew/upstat_age_disp.php) กระทรวงมหาดไทย ได้รายงานตัวเลขจำนวนประชากรไทยเมื่อเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 ว่ามีจำนวนประชากร 66,188,503 คน หากแนวโน้มของจำนวนประชากรมีอัตราเพิ่มขึ้นร้อยละ 0.6 ต่อปี จงคาดการณ์จำนวนประชากรในเวลาต่อไปนี้

* เดือนธันวาคมปี 2565
* เดือนธันวาคมปี 2570
* เดือนธันวาคมปี 2575

แนวคิด

* เดือนธันวาคมปี 2565 จะมีจำนวนประชากรเท่ากับ

   คน

* เดือนธันวาคมปี 2570 จะมีจำนวนประชากรเท่ากับ

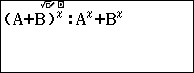
   คน

* เดือนธันวาคมปี 2575 จะมีจำนวนประชากรเท่ากับ

   คน

1. ครูยกตัวอย่างสิ่งที่นักเรียนมักเข้าใจผิดเกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลังและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน ดังนี้ (ขั้นการแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน)

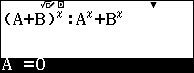
9.1 ให้นักเรียนอภิปรายว่า  หรือไม่ จากนั้นให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ดังต่อไปนี้

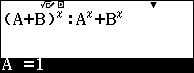
* เปิดการใช้งานเมนู Calculate
* กดปุ่มเพื่อให้แสดงผลลัพ์ดังนี้

(Qz+Qx)

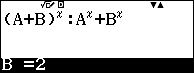
^[$QrQz

^[$+Qx^[

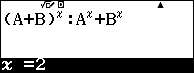


* จากนั้นกดปุ่ม r หน้าจอจะแสดง
* ให้นักเรียนลองกำหนดค่า A ,B และ X เช่น

1=



2=



2=

* จากนั้นกดปุ่ม=โดยเมื่อกดครั้งแรกเครื่องจะแสดงค่า  เมื่อกด=อีกครั้ง

เครื่องจะแสดงค่าของ  เช่น

9.2 ให้นักเรียนอภิปรายว่า  หรือไม่ จากนั้นให้นักเรียนดำเนินการตรวจสอบโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์โดยวิธีการเดียวกันกับการตรวจสอบในข้อ 6.1

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของเลขยกกำลัง
2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1ก ข้อ 1–2 ใหญ่ หน้า 114 ในหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สสวท. ตามผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และทำแบบฝึกหัด เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง เป็นการบ้าน

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้**

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สำรวจเลขยกกำลัง
3. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง สำรวจสมบัติเลขยกกำลัง
4. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง เลขยกกำลังอย่างง่าย
5. แบบฝึกหัด เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง

**การวัดผลและประเมินผล**

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สำรวจเลขยกกำลัง
2. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง สำรวจสมบัติเลขยกกำลัง
3. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง เลขยกกำลังอย่างง่าย
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง
5. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

**ใบกิจกรรมที่ 1**

**เรื่อง สำรวจเลขยกกำลัง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อสำรวจค่าของจำนวนต่อไปนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ข้อที่** | **จำนวน** | **ฐาน** | **เลขชี้กำลัง** | **ผลลัพธ์** |
| ตัวอย่าง | 54 | 5 | 4 | 625 |
| 1 | 35 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 4 | (-2)5 |  |  |  |
| 5 | (-3)4 |  |  |  |
| 6 | 80 |  |  |  |
| 7. | (-7)0 |  |  |  |
| 8. |  |  |  |  |
| 9. |  |  |  |  |
| 10. |  |  |  |  |

**คำถามท้ายใบกิจกรรม**

จากตารางข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนจริงบวกและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าเป็นอย่างไร..............................................................................................................................................
2. เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนจริงลบและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มคี่บวกผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าเป็นอย่างไร.....................................................................................................................................................
3. เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนจริงลบและมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มคู่บวกผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าเป็นอย่างไร...................................................................................................................................................
4. เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์และมีเลขชี้กำลังเป็นศูนย์ผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าเป็นอย่างไร...................................................................................................................................................
5. เมื่อ และ n เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า 

**ใบกิจกรรมที่ 2**

**เรื่อง สำรวจสมบัติเลขยกกำลัง**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 2. |  |
| 3. |  | 4. |  |
| 5. |  | 6. |  |
| 7. |  | 8. |  |
| 9. |  | 10. |  |
| 11. |  | 12. |  |

จากการหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังในข้อ 1) นักเรียนพอจะคาดการณ์ได้ว่า



**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 2. |  |
| 3. |  | 4. |  |
| 5. |  | 6. |  |
| 7. |  | 8. |  |
| 9. |  | 10. |  |

จากการหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังในข้อ 2) นักเรียนพอจะคาดการณ์ได้ว่า



**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 2 |  |
| 3. |  | 4 |  |
| 5. |  | 6 |  |
| 7. |  | 8 |  |
| 9. |  | 10. |  |

จากการหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังในข้อ 3) นักเรียนจะได้ว่า



**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 2. |  |
| 3. |  | 4. |  |
| 5. |  | 6. |  |

จากการหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังในข้อ 4) นักเรียนจะได้ว่า



**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังต่อไปนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. |  | 2. |  |
| 3. |  | 4. |  |
| 5. |  | 6. |  |

จากการหาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังในข้อ 5) นักเรียนจะได้ว่า



**ใบกิจกรรมที่ 3**

**เรื่อง เลขยกกำลังอย่างง่าย**

คำชี้แจง จงหาคำตอบของเลขยกกำลังต่อไปนี้โดย**ไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ข้อ** | **การดำเนินการของเลขยกกำลัง** | **ผลลัพธ์ในรูปเลขยกกำลัง** |
| 1 | 11-9× 11-2 |  |
| 2 | (3.3)4  (3.3)13 |  |
| 3 | (-17)16 (-17)16 |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |
| 9 |  |  |
| 10 |  |  |

**แบบฝึกทักษะที่ 1**

**เรื่อง สมบัติของเลขยกกำลัง**

คำชี้แจง จวเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ช่วยตรวจคำตอบได้

1. 

วิธีทำ.......................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

1. 

วิธีทำ......................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

1. 

วิธีทำ......................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

1. 

วิธีทำ......................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

1. 

วิธีทำ......................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

6. 

วิธีทำ.....................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................ ........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

7. 

วิธีทำ.................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

........................................................................................................................................................

8. 

วิธีทำ................................................................................................................................................

.........................................................................................................................................................

.........................................................................................................................................................

.........................................................................................................................................................

.........................................................................................................................................................