

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น เรื่อง การแจกแจงปกติ

เวลา 2 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูป การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

การแจกแจงปกติ (normal distribution) คือการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นคือ $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$ เมื่อ $-\infty < x < \infty$ โดยที่ μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิต σ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เมื่อเขียนกราฟของฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นสำหรับ ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X จะได้เส้นโค้งปกติ (normal curve) ซึ่งเป็นเส้นโค้งรูประฆังที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

1. เส้นโค้งมีเส้นตั้งฉากกับแกน X ที่ลากผ่านค่าเฉลี่ยเป็นแกนสมมาตร ทำให้พื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านซ้ายของค่าเฉลี่ยเท่ากับพื้นที่ใต้เส้นโค้งทางด้านขวาของค่าเฉลี่ย

2. ปลายเส้นโค้งทั้งสองด้านเข้าใกล้แกน X แต่จะไม่ตัดแกน X

3. ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (หรือความแปรปรวน) จะเป็นตัวกำหนดลักษณะเฉพาะว่ามีแกนสมมาตรอยู่ที่ใด และมีการกระจายจากค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด

การแจกแจงปกติมาตรฐาน (standard normal distribution) คือการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ($\mu = 0$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 ($\sigma = 1$) สำหรับการหาความน่าจะเป็นที่ตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐานจะมีค่าอยู่ในช่วงที่สนใจแสดงได้โดยพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน เช่น ความน่าจะเป็น $P(0 < X \leq 1)$ คือจำนวนที่มีค่าเท่ากับพื้นที่ใต้เส้นโค้ง จาก $x = 0$ ถึง $x = 1$

สาระการเรียนรู้

การแจกแจงปกติ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติจากข้อมูลที่กำหนดให้ได้

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูและนักเรียนทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X การแจกแจงปกติ (normal distribution) ลักษณะของเส้นโค้งปกติ (normal curve) การแจกแจงปกติมาตรฐาน (standard normal distribution) และค่ามาตรฐาน $Z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$ หลังจากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. ครูแนะนำเทคโนโลยีประกอบการสอน เพื่อให้นักเรียนสำรวจ เรื่องพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx - 991EX ClassWiz ดังนี้ (ขั้นสำรวจ)

ขั้นตอนการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

ทำได้ดังนี้

- 2.1 กด **MENU** **7** เพื่อเลือก 7 : Distribution

จะปรากฏภาพตามด้านขวามือ

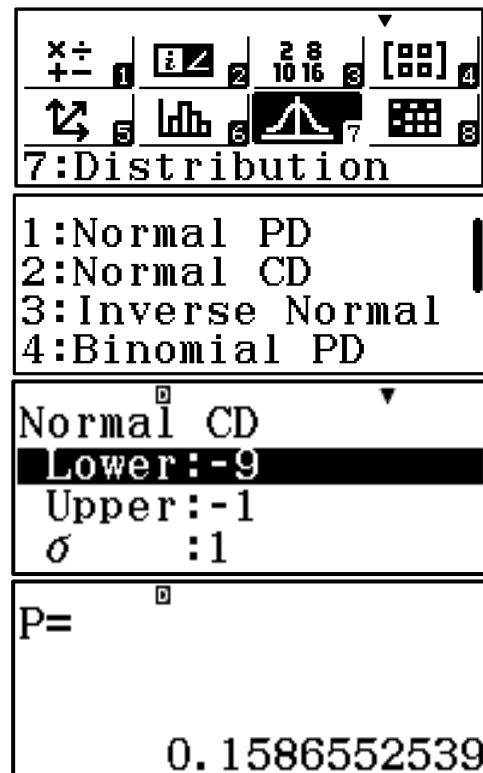
- 2.2 กด **2** เพื่อเลือก 2 : Normal CD

- 2.3 จะหาค่าของ $P(-1 < Z < 1.93)$

ป้อนค่า Lower เป็น -9

ค่า Upper เป็น -1 $\sigma = 1$ และ $\mu = 0$

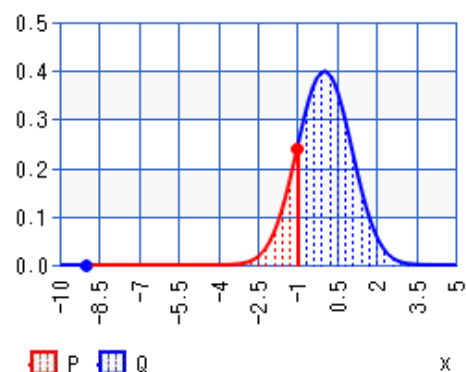
โดยกด **(←)** **9** **=** **(←)** **1** **=** **=**



เครื่องคำนวณจะแสดงค่า $P(Z < -1)$ พื้นที่ใต้โค้งปกติ เท่ากับ 0.1587

- 2.4 สร้าง QR Code ให้ กด **SHIFT** **OPTN**

นำโทรศัพท์มาสแกน QR Code เพื่อแสดงกราฟ



2.5 ป้อนค่า Lower เป็น -9

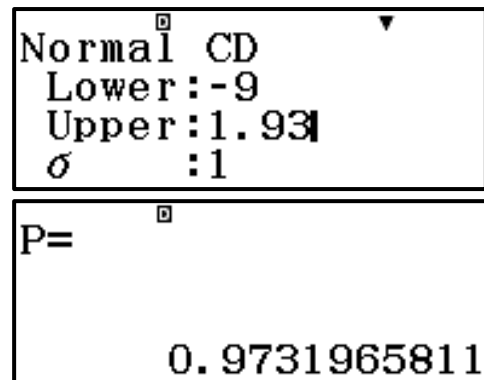
ค่า Upper เป็น 1.93 $\sigma=1$ และ $\mu=0$

โดยกด **AC** **AC** เพื่อกลับไปหน้าจอค่าต่างๆ

แก้ไขเฉพาะ upper

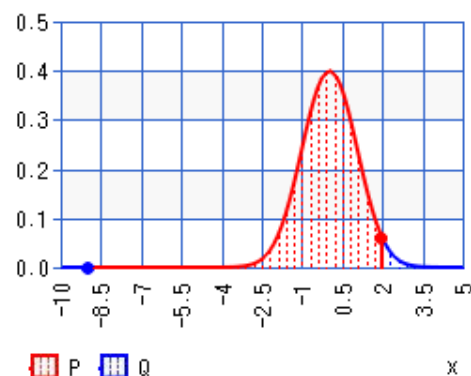
กด **▼** **1** **.** **9** **3** **=** **=**

เครื่องคำนวณจะแสดงค่า $P(Z < 1.93)$ พื้นที่ใต้โค้งปกติ เท่ากับ 0.9732



2.6 สร้าง QR Code ให้ กด **SHIFT** **OPTN**

นำโทรศัพท์มาสแกน QR Code เพื่อแสดงกราฟ



$$\begin{aligned}
 2.7 \text{ ค่าของ } P(-1 < Z < 1.93) &= P(Z < 1.93) - P(Z < -1) \\
 &= 0.9732 - 0.1587 \\
 &= 0.8145 \\
 P(-1 < Z < 1.93) &= 0.8145
 \end{aligned}$$

2.8 หรือสามารถหาคำตอบโดยการ

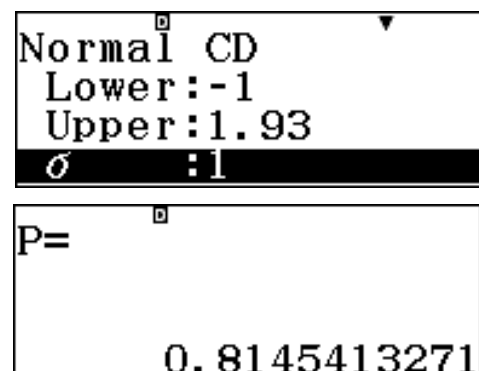
ป้อนค่า Lower เป็น -1

ค่า Upper เป็น 1.93 $\sigma=1$ และ $\mu=0$

โดยกด **AC** **AC** **(-)** **1** **=**

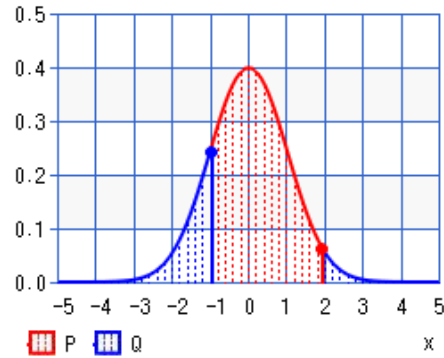
1 **.** **9** **3** **=** **=**

เครื่องคำนวณจะแสดงค่า $P(-1 < Z < 1.93) = 0.8145$



2.9 สร้าง QR Code ให้ กด **SHIFT** **OPTN**

นำโทรศัพท์มาสแกน QR Code เพื่อแสดงกราฟ



3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 1 และร่วมกันอภิปราย ในระหว่างนักเรียนทำใบกิจกรรม ครูเดินดูนักเรียนให้ทั่วถึงทุกกลุ่มเพื่อสังเกตการทำงานและฟังการสนทนาของนักเรียนเพื่อให้คำแนะนำเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนทำเสร็จให้นักเรียนนำเสนอผลการอภิปราย ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปผลการอภิปรายอีกครั้ง (ขั้นสำรวจและหาความสัมพันธ์)

4. กำหนดให้ $X \sim N(20, 4)$ จงหา $P(18.84 < X < 24.70)$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } P(18.84 < X < 24.70) &= P\left(\frac{18.84 - 20}{2} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{24.70 - 20}{2}\right) \\ &= P(-.58 < Z < 2.35) \end{aligned}$$

จะหาค่าของ $P(18.84 < X < 24.70)$ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX ClassWiz ทำเช่นเดียวกันกับการหาค่าของ $P(-1 < Z < 1.93)$ ตั้งแต่ข้อ 2.1 – 2.8

5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 2 - 3 ร่วมกันอภิปราย ในระหว่างนักเรียนทำใบกิจกรรม ครูเดินดูนักเรียนให้ทั่วถึงทุกกลุ่มเพื่อสังเกตการทำงานและฟังการสนทนาของนักเรียนเพื่อให้คำแนะนำเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนทำเสร็จให้นักเรียนนำเสนอผลการอภิปราย ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปผลการอภิปรายอีกครั้ง (ขั้นสำรวจและหาความสัมพันธ์)

6. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะที่ 1 – 2 ในระหว่างนักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ครูเดินดูนักเรียนให้ทั่วถึงทุกกลุ่มเพื่อสังเกตการทำงานและฟังการสนทนาของนักเรียนเพื่อให้คำแนะนำเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนทำเสร็จให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาคำตอบอีกครั้ง (ขั้นฝึกทักษะ)

สื่อการเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 1
3. ใบกิจกรรมที่ 2
4. ใบกิจกรรมที่ 3
5. แบบฝึกทักษะที่ 1
6. แบบฝึกทักษะที่ 2

การวัดผล / ประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 1
2. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 2
3. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 1
5. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 2
6. ประเมินจากการอภิปรายและการนำเสนอของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 1
สำรวจพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx - 991EX Classwiz ในการสำรวจหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง กำหนดให้ $\sigma=1$ และ $\mu=0$

1. $P(-2 < Z < 2)$

$P(Z > -2) = \dots\dots\dots P(Z < 2) = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $P(-2 < Z < 2) = \dots\dots\dots$

2. $P(-2.5 < Z < 1)$

$P(Z > -2.5) = \dots\dots\dots P(Z < 1) = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $P(-2.5 < Z < 1) = \dots\dots\dots$

3. $P(-2.84 < Z < -1.25)$

$P(Z > -2.84) = \dots\dots\dots P(Z < -1.25) = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $P(-2.84 < Z < -1.25) = \dots\dots\dots$

4. $P(0.89 < Z < 2.23)$

$P(Z > 0.89) = \dots\dots\dots P(Z < 2.23) = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $P(0.89 < Z < 2.23) = \dots\dots\dots$

5. $P(1.93 < Z < 2.78)$

$P(Z > 1.93) = \dots\dots\dots P(Z < 2.78) = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $P(1.93 < Z < 2.78) = \dots\dots\dots$

6. ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a < b$ แล้ว $P(a < Z < b)$ สามารถหาได้จาก

.....
.....
.....
.....

ใบกิจกรรมที่ 2
สำรวจพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx – 991EX Classwiz ในการสำรวจหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง กำหนดให้ $\sigma=1$ และ $\mu=0$

1. $P(Z > -1.45)$

$P(Z < -1.45) =$

จะได้ว่า $P(Z > -1.45) =$

2. $P(Z > -1.36)$

$P(Z < -1.36) =$

จะได้ว่า $P(Z > -1.36) =$

3. $P(Z > 1.88)$

$P(Z < 1.88) =$

จะได้ว่า $P(Z > 1.88) =$

4. $P(Z > 2.47)$

$P(Z < 2.47) =$

จะได้ว่า $P(Z > 2.47) =$

5. $P(Z > -1.45)$

$P(Z < -1.45) =$

จะได้ว่า $P(Z > -1.45) =$

6. $P(Z > 0.84)$

$P(Z < 0.84) =$

จะได้ว่า $P(Z > 0.84) =$

7. ถ้า a เป็นจำนวนจริงซึ่ง แล้ว $P(Z > a)$ สามารถหาได้จาก

.....
.....
.....

ใบกิจกรรมที่ 3
สำรวจพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx – 991EX Classwiz ในการสำรวจหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง กำหนดให้ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

1. $X \sim N(60, 100)$

$$\begin{aligned} P(40 < X < 75) &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

2. $X \sim N(30, 16)$

$$\begin{aligned} P(24.20 < X < 28.16) &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

3. $X \sim N(25, 4)$

$$\begin{aligned} P(27.50 < X < 30.90) &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

4. $X \sim N(100, 25)$

$$\begin{aligned} P(X > 89.25) &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

5. $X \sim N(15, 81)$

$$\begin{aligned} P(X > 29.04) &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

6. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
 $P(\mu - 1.5\sigma < X < \mu + 2\sigma) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

7. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
 $P(\mu + 0.45\sigma < X < \mu + 2.34\sigma) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

8. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
 $P(X > \mu - 0.25\sigma) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

9. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
 $P(X > \mu + 2\sigma) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

แบบฝึกทักษะที่ 1
สำรวจพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx – 991EX Classwiz ในการสำรวจหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง กำหนดให้ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

1. $P(-1.83 < Z < 1.56) =$

.....
.....

2. $P(-2.57 < Z < 1.31) =$

.....
.....

3. $P(-1.20 < Z < -0.52) =$

.....
.....

4. $P(0.72 < Z < 2.06) =$

.....
.....

5. $X \sim N(60, 100)$

$P(55 < X < 85) =$

.....
.....

6. $X \sim N(151, 225)$

$P(119.5 < X < 155.5) =$

.....
.....

7. $X \sim N(100, 100)$

$P(80 < X < 125) =$

.....
.....

8. $X \sim N(15, 4)$

$P(20 < X < 20.7) =$

.....
.....

แบบฝึกทักษะที่ 2

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในแต่ละข้อ

1. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งในรายวิชาภาษาอังกฤษ มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 60 และ 10 ตามลำดับ นักเรียนที่สอบได้ 70 คะแนน จะมีตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

2. อายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าชนิดหนึ่ง มีการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 756 วัน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 35 วัน จงหาเปอร์เซ็นต์ของหลอดไฟฟ้าที่ใช้ได้นานเกิน 798 วัน

.....

.....

.....

.....

.....

3. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 400 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 100 จงหาว่ามีกี่เปอร์เซ็นต์ของข้อมูลซึ่งมีค่า

- (1) มากกว่า 538
- (2) มากกว่า 179
- (3) น้อยกว่า 356
- (4) น้อยกว่า 621
- (5) ระหว่าง 318 และ 671
- (6) ระหว่าง 484 และ 565
- (7) ระหว่าง 249 และ 297

.....

.....

.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

4. คะแนนสอบ SAT (SAT Scores) มีการแจกแจงแบบปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 505 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 111 จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติในข้อต่อไปนี

- (1) คะแนน SAT อยู่ระหว่าง 400 และ 600
- (2) คะแนน SAT มากกว่า 700
- (3) คะแนน SAT น้อยกว่า 450

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

5. คะแนนทดสอบความถนัดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Attitude Test) สำหรับกลุ่มนักเรียนหญิง
มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 60 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 คะแนน และกลุ่มนักเรียนชายมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต
64 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 8 คะแนน ถ้าคะแนนของแต่ละกลุ่มมีการแจกแจงปกติ
จงหาว่า

(1) ถ้านายสมบัติสอบได้ 62 คะแนน คะแนนของนายสมบัติเป็นตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไรของคะแนน
ในกลุ่มนักเรียนชาย

(2) ถ้านางสาวปัทมราสอบได้ 73 คะแนน คะแนนของนางสาวปัทมราเป็นตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าไร
ในกลุ่มนักเรียนหญิง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....