

ระดับมัธยมศึกษา
ตอนปลาย

คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551



จัดทำโดย
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ



คำนำ

คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายนี้ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นแนวทางให้กับสถานศึกษาและผู้สอนคณิตศาสตร์ สามารถจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือการใช้หลักสูตรเล่มนี้ได้เสนอที่มาของการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตร เป้าหมายหลักสูตร การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตร สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและ สาระการเรียนรู้แกนกลาง การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมทั้งความรู้เพิ่มเติมสำหรับผู้สอนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ขอขอบคุณครู อาจารย์ ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาจากสถาบันต่าง ๆ ที่ให้ความเห็นและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในการจัดทำคู่มือการใช้หลักสูตร สสวท. หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คู่มือการใช้หลักสูตรเล่มนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อผู้สอน สถานศึกษา และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษา ในการวางแผนและจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้และทักษะที่จำเป็นสำหรับการใช้ชีวิตและการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น ทั้งนี้ หากมีข้อเสนอแนะใดที่จะทำให้คู่มือการใช้หลักสูตรเล่มนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น โปรดแจ้งให้ สสวท. ทราบด้วย จักขอบคุณยิ่ง

(นางพรพรรณ ไวทยางกูร)

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สารบัญ

ที่มาของการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตร	4
• ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชาติและนานาชาติ	5
• ผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	6
• ผลการวิเคราะห์และประเมินร่างหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์จากต่างประเทศ	6
เป้าหมายหลักสูตร	7
การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตร	8
• การเปลี่ยนแปลงด้านการจัดสาระ	8
• การเปลี่ยนแปลงด้านโครงสร้างรายวิชาและโครงสร้างเวลาเรียน	8
• การเปลี่ยนแปลงด้านเนื้อหา	9
เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์	10
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	11
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	12
คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์	13
คุณภาพผู้เรียน	13
ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	14
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	18
• เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม	18
• สาระคณิตศาสตร์เพิ่มเติม	19
• คุณภาพผู้เรียน	20
• ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม	21
ข้อเสนอแนะการจัดรายวิชา	28
ผังสาระการเรียนรู้	30
การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์	40
• แนวทางการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์	41
การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	44
ตามตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้	
• การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนทั่วไป	44
• การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์	45
ความรู้เพิ่มเติมสำหรับผู้สอนคณิตศาสตร์	52
• การจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21	52
• การใช้เทคโนโลยีในการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	53
• แนวทางการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	55
ภาคผนวก	73
• ซอฟต์แวร์ประยุกต์ที่ช่วยในการสอนคณิตศาสตร์	73
• เว็บไซต์สื่อและแหล่งเรียนรู้ที่ช่วยในการสอนคณิตศาสตร์	74
• อภิธานศัพท์	79
บรรณานุกรม	82
คณะผู้จัดทำ	83



1

ที่มาของการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตร

นับตั้งแต่การปฏิรูปการศึกษาในพุทธศักราช 2542 เป็นเวลากว่า 15 ปีแล้วที่ประเทศไทยได้มีการประกาศใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และปรับปรุงเป็นหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในขณะที่โลกมีการเปลี่ยนแปลงในทุก ๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านเศรษฐกิจ สังคม สิ่งแวดล้อม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี โดยเฉพาะด้าน วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ที่มีความรู้และนวัตกรรมใหม่เกิดขึ้นอย่างหลากหลาย ในเวลาอันรวดเร็ว ส่งผลให้หลายประเทศทั่วโลกมีการพัฒนาทางการศึกษา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี เพื่อเตรียมประชากรให้พร้อมกับการเปลี่ยนแปลง จึงมีความจำเป็นที่ประเทศไทยจะต้องมีการปรับหลักสูตร คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ให้มีความทันสมัย สอดคล้องกับความรู้ และทักษะที่จำเป็นในโลกปัจจุบันและอนาคต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ในฐานะหน่วยงานที่รับผิดชอบการพัฒนาหลักสูตรและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีของประเทศไทย ได้พัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีขึ้น เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว โดยพิจารณากรอบยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี (พ.ศ. 2560 – 2579) ที่กำหนดเป้าหมายและลักษณะของคนไทยใน 20 ปีข้างหน้า รวมถึงแผนพัฒนา เศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติฉบับที่ 12 (พ.ศ. 2560 – 2564) ที่มุ่งให้การศึกษา และการเรียนรู้มีคุณภาพได้มาตรฐานสากล พัฒนาคนไทยให้มีทักษะการคิด สังเคราะห์ สร้างสรรค์ ต่อยอดสู่นวัตกรรม มีทักษะชีวิตและอาชีพ ทักษะ สารสนเทศ สื่อ และเทคโนโลยี มีการเรียนรู้ต่อเนื่องตลอดชีวิต และส่งเสริมระบบ การเรียนรู้ที่บูรณาการระหว่างวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และ คณิตศาสตร์ (STEM Education) เพื่อพัฒนาผู้สอนและผู้เรียนในเชิงคุณภาพ โดยเน้นการเชื่อมโยงระหว่างการเรียนรู้กับการทำงาน (Work Integrated Learning) นอกจากนี้ สสวท. ได้ศึกษาแนวโน้มด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี พบว่าประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกให้ความสำคัญกับ

ทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม (Learning and Innovation Skills) ที่จำเป็น สำหรับศตวรรษที่ 21 (Partnership for the 21st Century Skills, 2016) ได้แก่ การคิดแบบมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหา (Critical Thinking and Problem-Solving) การสื่อสาร (Communication) การร่วมมือ (Collaboration) และการคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (Creativity and Innovation) ควบคู่ ไปกับความสามารถในการใช้เทคโนโลยีได้อย่างเหมาะสม

ในการพัฒนามาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สสวท. ได้ศึกษาผลการประเมินการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชาติและนานาชาติ ผลการวิจัยและติดตามการใช้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และผลการ วิเคราะห์และประเมินร่างหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์จากต่างประเทศ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับชาติและนานาชาติ ระดับชาติ ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนจากการทดสอบ ระดับชาติ (National Testing: NT) บ่งชี้ให้เห็นคะแนนเฉลี่ยความสามารถ พื้นฐานในด้านคำนวณ (Numeracy) และด้านเหตุผล (Reasoning Ability) ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทั่วประเทศ ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคะแนนเฉลี่ยความสามารถด้านคำนวณต่ำกว่าทุก ๆ ด้าน เช่นเดียวกับการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ที่บ่งชี้ว่าผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยของ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ

ระดับนานาชาติ ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ค.ศ. 2011 โดย IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) บ่งชี้ว่าผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับต่ำ (Low International



Benchmark) รวมถึงผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ TIMSS ค.ศ. 2015 ที่แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทย ยังคงมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ทั้งในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับต่ำ (Low International Benchmark) นอกจากนี้ผลการประเมิน การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งเป็นโครงการประเมินความสามารถ ในการใช้ความรู้และทักษะของผู้เรียนที่มีอายุ 15 ปี ในด้านการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ จัดโดย OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) ก็บ่งชี้เช่นกันว่า ผู้เรียนไทยที่มีอายุ 15 ปี ซึ่งส่วนใหญ่ เรียนอยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 4 มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่า คะแนนเฉลี่ยของ OECD ทั้งใน ค.ศ. 2012 และ ค.ศ. 2015

ข้อมูลจากโครงการ PISA ใน ค.ศ. 2012 ยังมีข้อสังเกตว่า เวลาเรียน คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมีความสัมพันธ์โดยตรงกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ และเมื่อพิจารณาเวลาเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไทยกับผู้เรียนจากประเทศ อื่น ๆ ที่เข้าร่วมการประเมิน พบว่าผู้เรียนไทยอายุ 15 ปี มีเวลาเรียนคณิตศาสตร์ ต่อสัปดาห์น้อยกว่าเมื่อเทียบกับเวลาเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนประเทศอื่น ๆ ที่มีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ในอันดับต้น ๆ เช่น จีน สิงคโปร์ เกาหลีใต้ ญี่ปุ่น รวมถึงเวียดนาม

ผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายงานว่ามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดมีมากและมีความซ้ำซ้อนในกลุ่มสาระ โดยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งใน กลุ่มสาระที่มีข้อเสนอแนะให้ทบทวนตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ (สำนักงาน คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2557)

ผลการวิเคราะห์และประเมินร่างหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการศึกษาคณิตศาสตร์จากต่างประเทศ

ในการพัฒนามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สสวท. ใช้ข้อมูลที่กำลังมา ข้างต้นมาประกอบการพัฒนาต้นร่างหลักสูตรดังกล่าว โดยร่วมมือกับ

ผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญ อาจารย์และครู พร้อมทั้งได้ทำประชาพิจารณ์เพื่อ รวบรวมความคิดเห็นจากบุคคลที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา และร่วมกับ CIE (Cambridge International Examinations) ซึ่งเป็นหน่วยงานของสหราชอาณาจักรที่มีความเชี่ยวชาญด้านการประเมินระบบการศึกษาและการพัฒนา หลักสูตรเป็นที่ยอมรับในระดับนานาชาติ เพื่อประเมินคุณภาพของร่างหลักสูตร โดย CIE ได้พิจารณาองค์ประกอบหลักในการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 ด้าน คือ หลักสูตร การจัดการเรียนรู้ และการวัดผลประเมินผล พบว่า หลักสูตรนี้สะท้อนถึงวิธีการสอนที่ทันสมัย ครอบคลุมเนื้อหาที่จำเป็น ทัดเทียมนานาชาติ มีการเชื่อมโยง เนื้อหากับชีวิตจริง เน้นการพัฒนาทักษะต่าง ๆ ทั้งทักษะทางคณิตศาสตร์ และ ทักษะในศตวรรษที่ 21 มีการออกแบบหลักสูตรได้เหมาะสมกับระบบการศึกษา ในโลกสมัยใหม่ โดยส่งเสริมให้มีการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียนรู้สามารถ เตรียมความพร้อมให้กับผู้เรียนเพื่อเป็นผู้ที่มีความรู้และทักษะทาง คณิตศาสตร์ และเป็นผู้ที่มีความพร้อมในการทำงานหรือการศึกษาต่อในระดับ ที่สูงขึ้น (Cambridge, 2015; Cambridge, 2016)

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น สสวท. จึงได้กำหนดเป้าหมายหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2

เป้าหมายหลักสูตร

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีเป้าหมายที่ ต้องการให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบหลักสูตร ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิด หลักการ ทฤษฎี ในสาระคณิตศาสตร์ ที่จำเป็น พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ได้
2. มีความสามารถในการแก้ปัญหา สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยง ให้เหตุผล และมีความคิดสร้างสรรค์
3. มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าและตระหนักถึงความสำคัญของ คณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ ในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น ตลอดจนการประกอบอาชีพ
4. มีความสามารถในการเลือกใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยีและแหล่งข้อมูล ที่เหมาะสมเพื่อเป็นเครื่องมือ ในการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน และ การแก้ปัญหาอย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ



3

การเปลี่ยนแปลงของหลักสูตร

จากข้อมูลผลการวิจัยข้างต้นและเป้าหมายของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ทำให้หลักสูตรมีการเปลี่ยนแปลงในด้านต่าง ๆ ดังนี้

การเปลี่ยนแปลงด้านการจัดสาระ

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยได้แยกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ออกจากสาระการเรียนรู้ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังคงประกอบไปด้วย 5 ทักษะเดิม ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ โดยกำหนดให้มีการประเมินความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการประเมินด้านเนื้อหาสาระ ดังจะเห็นได้จากการเปลี่ยนแปลงของตัวชี้วัดที่ระบุไว้ในหลักสูตร

การเปลี่ยนแปลงด้านโครงสร้างรายวิชาและโครงสร้างเวลาเรียน

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กำหนดให้ผู้เรียนทุกคนต้องเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานให้ครบทุกตัวชี้วัดตามที่หลักสูตรกำหนดหรือสูงกว่าภายใน 3 ปี ซึ่งสถานศึกษาสามารถนำมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดไปจัดรายวิชาให้ตรงตามชั้นปีที่กำหนด หรือยืดหยุ่นระหว่างชั้นปี โดยนำไปจัดภาคเรียนใดหรือชั้นปีใดก็ได้ ตามความเหมาะสมและศักยภาพของผู้เรียน สำหรับการจัดเวลาเรียนนั้น หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้กำหนดให้เวลาเรียนสำหรับรายวิชาพื้นฐานยืดหยุ่นใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ และมีเวลาเรียนรวมสำหรับรายวิชาพื้นฐาน 1,640 ชั่วโมง ใน 3 ปี

การเปลี่ยนแปลงด้านเนื้อหา

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มุ่งหวังให้ผู้เรียนมีความรู้ด้านเนื้อหาเพื่อเป็นพื้นฐานความรู้และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ มีความสอดคล้องกับการศึกษาต่อระดับอุดมศึกษาทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ สสวท. จึงได้คัดเลือกเนื้อหาที่เหมาะสมและจำเป็นสำหรับผู้เรียน โดยเนื้อหาที่ปรากฏในสาระการเรียนรู้แกนกลางของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีการเปลี่ยนแปลงจากสาระการเรียนรู้แกนกลางของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

จำนวนและพีชคณิต	การวัดและเรขาคณิต	สถิติและความน่าจะเป็น
เนื้อหาที่ตัดออก <ul style="list-style-type: none"> ■ การให้เหตุผล 	<ul style="list-style-type: none"> ■ อัตราส่วนตรีโกณมิติ 	<ul style="list-style-type: none"> ■ การสำรวจความคิดเห็น
เนื้อหาที่เพิ่ม <ul style="list-style-type: none"> ■ ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ■ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน 	-	-



4

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยผู้เรียนจะได้เรียนรู้ สาระสำคัญดังนี้



จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับ จำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่างๆ การคาดคะเน เกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับ ข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

5

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ ดังนี้



สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1

เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2

เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3

ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหา ที่กำหนดให้



สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1

เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเน ขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้



สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1

เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้



6

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้



1

การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3

การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4

การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5

การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิมหรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

7

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง เพื่อให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่างหลาย ๆ กรณี
2. มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้
3. มีความมุ่งมั่นในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล
5. ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

8

คุณภาพผู้เรียน

ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เมื่อผ่านหลักสูตร จะมีคุณภาพดังนี้

- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
- ◆ เข้าใจและใช้หลักการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้
- ◆ นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง พังก์ชัน ลำดับและอนุกรม ไปใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอข้อมูลและแปลความหมายข้อมูล เพื่อประกอบการตัดสินใจ



9

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 4

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	<p>เซต</p> <ul style="list-style-type: none"> ▷ ความรู้เบื้องต้นและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต ▷ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ของเซต <p>ตรรกศาสตร์เบื้องต้น</p> <ul style="list-style-type: none"> ▷ ประพจน์และตัวเชื่อม (นิเสธ และ หรือ ถ้า...แล้ว... ก็ต่อเมื่อ)

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	<p>หลักการนับเบื้องต้น</p> <ul style="list-style-type: none"> ▷ หลักการบวกและการคูณ ▷ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด ▷ การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด
2. หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้	<p>ความน่าจะเป็น</p> <ul style="list-style-type: none"> ▷ การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ▷ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 4

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	<p>เลขยกกำลัง</p> <ul style="list-style-type: none"> ▷ รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 ▷ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ



มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด	ฟังก์ชัน <ul style="list-style-type: none"> ▷ ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)
2. เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้	ลำดับและอนุกรม <ul style="list-style-type: none"> ▷ ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต ▷ อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา	ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน <ul style="list-style-type: none"> ▷ ดอกเบี้ย ▷ มูลค่าของเงิน ▷ ค่ารายงวด

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 6

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
1. เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติ เพื่อประกอบการตัดสินใจ	สถิติ <ul style="list-style-type: none"> ▷ ข้อมูล ▷ ตำแหน่งที่ของข้อมูล ▷ ค่ากลาง (ฐานนิยม มัธยฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต) ▷ ค่าการกระจาย (พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน) ▷ การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ ▷ การแปลความหมายของค่าสถิติ



10

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

คณิตศาสตร์เพิ่มเติมจัดทำขึ้นสำหรับผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ที่จำเป็นต้องเรียนเนื้อหาในสาระจำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น รวมทั้งสาระแคลคูลัส ให้ความรู้ลึกซึ้ง ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการศึกษาต่อในระดับอุดมศึกษาในด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้ได้จัดทำขึ้นให้มีเนื้อหาสาระที่ทันสมัยกับนานาชาติ เน้นการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสาร และการร่วมมือ รวมทั้งเชื่อมโยงความรู้สู่การนำไปใช้ในชีวิตจริง

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ผู้เรียนจะได้เรียนรู้สาระสำคัญ ดังนี้



จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ เซต ตรรกศาสตร์ จำนวนจริง และพหุนาม จำนวนเชิงซ้อน ฟังก์ชัน ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ เรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ ในสามมิติ และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ



สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น และใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ



แคลคูลัส เรียนรู้เกี่ยวกับ ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต และการนำความรู้เกี่ยวกับแคลคูลัสไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สาระคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เป้าหมายของการพัฒนาผู้เรียนในคณิตศาสตร์เพิ่มเติม มี 2 ลักษณะ คือ เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์พื้นฐาน เพื่อให้เกิดการต่อยอดองค์ความรู้และเรียนรู้สาระนั้นอย่างลึกซึ้ง ได้แก่ สาระจำนวนและพีชคณิต และสาระสถิติและความน่าจะเป็น และไม่ได้เชื่อมโยงกับมาตรฐานการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์พื้นฐาน ได้แก่ สาระการวัดและเรขาคณิต และสาระแคลคูลัส

สาระจำนวนและพีชคณิต

1. เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้
2. เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้
3. ใช้นิพจน์ สมการ อสมการและเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระการวัดและเรขาคณิต

1. เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์ และนำไปใช้
2. เข้าใจเวกเตอร์ การดำเนินการของเวกเตอร์ และนำไปใช้

สาระสถิติและความน่าจะเป็น

1. เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

สาระแคลคูลัส

1. เข้าใจลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และปริพันธ์ของฟังก์ชัน และนำไปใช้



คุณภาพผู้เรียน

ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เมื่อเรียนครบทุกผลการเรียนรู้ มีคุณภาพดังนี้

- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารสื่อความหมาย และอ้างเหตุผล
- ◆ เข้าใจและใช้สมบัติของจำนวนจริงและพหุนาม
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม และฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์
- ◆ เข้าใจและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อน
- ◆ นำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ในสามมิติไปใช้
- ◆ เข้าใจและใช้หลักการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้
- ◆ นำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้
- ◆ เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล เพื่อประกอบการตัดสินใจ
- ◆ หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปร่าง การแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้
- ◆ นำความรู้เกี่ยวกับแคลคูลัสเบื้องต้นไปใช้

ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 4

สาระจำนวนและพีชคณิต

1. เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	เซต <ul style="list-style-type: none"> ▷ ความรู้เบื้องต้นและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต ▷ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ของเซต
2. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล	ตรรกศาสตร์ <ul style="list-style-type: none"> ▷ ประพจน์และตัวเชื่อม ▷ ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว ▷ การอ้างเหตุผล
3. เข้าใจจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหา	จำนวนจริงและพหุนาม <ul style="list-style-type: none"> ▷ จำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง ▷ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงและสมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง ▷ จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง



2. เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน หาฟังก์ชันประกอบและฟังก์ชันผกผัน 2. ใช้สมบัติของฟังก์ชันในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชัน <ul style="list-style-type: none"> ▷ การบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน ▷ ฟังก์ชันประกอบ ▷ ฟังก์ชันผกผัน
3. เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม <ul style="list-style-type: none"> ▷ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ▷ ฟังก์ชันลอการิทึม

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 4

3. ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาคำถามที่กำหนดให้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. แก้สมการและอสมการพหุนามตัวแปรเดียว ดีกรีไม่เกินสี่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา 2. แก้สมการและอสมการเศษส่วนของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา 3. แก้สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนามตัวแปรเดียว และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	จำนวนจริงและพหุนาม <ul style="list-style-type: none"> ▷ ตัวประกอบของพหุนาม ▷ สมการและอสมการพหุนาม ▷ สมการและอสมการเศษส่วนของพหุนาม ▷ สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนาม
4. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม <ul style="list-style-type: none"> ▷ สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 4

สาระการวัดและเรขาคณิต

1. เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์ และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา	เรขาคณิตวิเคราะห์ <ul style="list-style-type: none"> ▷ จุดและเส้นตรง ▷ วงกลม ▷ พาราโบลา ▷ วงรี ▷ ไฮเพอร์โบลา

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 4

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5

สาระจำนวนและพีชคณิต

1. เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. เข้าใจจำนวนเชิงซ้อนและใช้สมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในการแก้ปัญหา 2. ทหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1	จำนวนเชิงซ้อน <ul style="list-style-type: none"> ▷ จำนวนเชิงซ้อน และสมบัติของจำนวนเชิงซ้อน ▷ จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ▷ รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1



2. เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. เข้าใจฟังก์ชันตรีโกณมิติและลักษณะกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ <ul style="list-style-type: none"> ▷ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ▷ ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5

3. ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. แก้สมการตรีโกณมิติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ <ul style="list-style-type: none"> ▷ เอกลักษณะและสมการตรีโกณมิติ ▷ กฎของโคไซน์และกฎของไซน์
2. ใช้กฎของโคไซน์และกฎของไซน์ ในการแก้ปัญหา	
3. เข้าใจความหมาย หาผลลัพธ์ของการบวก เมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง การคูณระหว่างเมทริกซ์ และหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน หาคู่เทอรัมิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่ไม่เกินสาม	เมทริกซ์ <ul style="list-style-type: none"> ▷ เมทริกซ์ และเมทริกซ์สลับเปลี่ยน ▷ การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง การคูณระหว่างเมทริกซ์ ▷ ดีเทอร์มิแนนต์ ▷ เมทริกซ์ผกผัน ▷ การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์
4. หาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์ 2×2	
5. แก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ผกผัน และการดำเนินการตามแถว	
6. แก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสี่ ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	จำนวนเชิงซ้อน <ul style="list-style-type: none"> ▷ สมการพหุนามตัวแปรเดียว

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5

สาระการวัดและเรขาคณิต

2. เข้าใจเวกเตอร์ การดำเนินการของเวกเตอร์ และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. หาผลลัพธ์ของการบวก การลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ หาผลคูณเชิงสเกลาร์ และผลคูณเชิงเวกเตอร์	เวกเตอร์ในสามมิติ <ul style="list-style-type: none"> ▷ เวกเตอร์ นิเสธของเวกเตอร์ ▷ การบวก การลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ▷ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ผลคูณเชิงเวกเตอร์
2. นำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ในสามมิติไปใช้ในการแก้ปัญหา	

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5

สาระสถิติและความน่าจะเป็น

1. เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	หลักการนับเบื้องต้น <ul style="list-style-type: none"> ▷ หลักการบวกและการคูณ ▷ การเรียงสับเปลี่ยน <ul style="list-style-type: none"> ▶ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ▶ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด ▷ การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด ▷ ทฤษฎีบททวินาม
2. หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้	ความน่าจะเป็น <ul style="list-style-type: none"> ▷ การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ▷ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 5



ชั้น
มัธยมศึกษา
ปีที่ 6

สาระจำนวนและพีชคณิต

- เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
<ol style="list-style-type: none"> ระบุได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวกอนุกรมอนันต์ เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ 	ลำดับและอนุกรม <ul style="list-style-type: none"> ▷ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ ▷ ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต ▷ ลิขิตของลำดับอนันต์ ▷ อนุกรมจำกัดและอนุกรมอนันต์ ▷ อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ▷ ผลบวกอนุกรมอนันต์ ▷ การนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ในการแก้ปัญหามูลค่าของเงินและค่ารายงวด

สาระสถิติและความน่าจะเป็น

- เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
<ol style="list-style-type: none"> หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปลูกการแจกแจงทวินาม และการแจกแจงปกติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา 	การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น <ul style="list-style-type: none"> ▷ การแจกแจงเอกรูปลูก ▷ การแจกแจงทวินาม ▷ การแจกแจงปกติ

สาระแคลคูลัส

- เข้าใจขีดจำกัดและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และปริพันธ์ของฟังก์ชัน และนำไปใช้

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
<ol style="list-style-type: none"> ตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่กำหนดให้ หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา หาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตและจำกัดเขตของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา 	แคลคูลัสเบื้องต้น <ul style="list-style-type: none"> ▷ ขีดจำกัดและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ▷ อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต ▷ ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต



ข้อเสนอแนะการจัดการจัดรายวิชา

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลางให้ทุกสถานศึกษานำไปจัดเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งสถานศึกษาอาจจัดให้ตรงตามชั้นปีที่กำหนดหรือยืดหยุ่นระหว่างชั้นปีตามความเหมาะสมและตามศักยภาพของผู้เรียน ทั้งนี้ ผู้เรียนทุกคนต้องบรรลุตัวชี้วัดทุกตัวตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตรภายใน 3 ปี และมีเวลาเรียนสอดคล้องกับเกณฑ์การจบ นั่นคือมีเวลาเรียนสำหรับรายวิชาพื้นฐาน 1,640 ชั่วโมง ใน 3 ปี ซึ่งยืดหยุ่นใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้

นอกจากนี้สถานศึกษาสามารถจัดรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมให้กับผู้เรียนที่มีศักยภาพด้านคณิตศาสตร์ได้ตามความพร้อม จุดเน้นของสถานศึกษา ความต้องการและความถนัดของผู้เรียน และเกณฑ์การจบ ซึ่งโดยหลักการแล้วสถานศึกษาสามารถเป็นผู้กำหนดผลการเรียนรู้ได้เอง อย่างไรก็ตาม สสวท. ได้เสนอแนะผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ซึ่งสถานศึกษาสามารถนำมาพิจารณาให้สอดคล้องกับความต้องการของสถานศึกษาและความสามารถของผู้เรียนได้ ส่วนเวลาเรียนสำหรับรายวิชาเพิ่มเติมนั้นให้เป็นไปตามที่สถานศึกษากำหนดและสอดคล้องกับเกณฑ์การจบ

สำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้เสนอแนะไว้สำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นั้น เป็นเนื้อหาที่เพิ่มเติมเข้ามาโดยเชื่อมโยงกับเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เพื่อให้เกิดการต่อยอดองค์ความรู้และเรียนรู้สาระนั้นอย่างลึกซึ้ง ทั้งนี้ สถานศึกษาอาจจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ที่ต้องเรียนทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยร้อยเรียงเนื้อหาวิชาทั้งสองเข้าด้วยกัน

ทั้งนี้ สสวท. ในฐานะผู้จัดทำหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้เสนอแนะตัวอย่างการจัดเนื้อหารายภาคสำหรับผู้เรียนทั่วไป ซึ่งในที่นี้หมายถึงผู้เรียนที่เรียนเฉพาะรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน โดยจัดเวลาเรียนไว้ 80 ชั่วโมงต่อปี และสำหรับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ซึ่งในที่นี้หมายถึงผู้เรียนที่เรียนทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยจัดเวลาเรียนไว้ 200 ชั่วโมงต่อปี ดังตารางต่อไปนี้

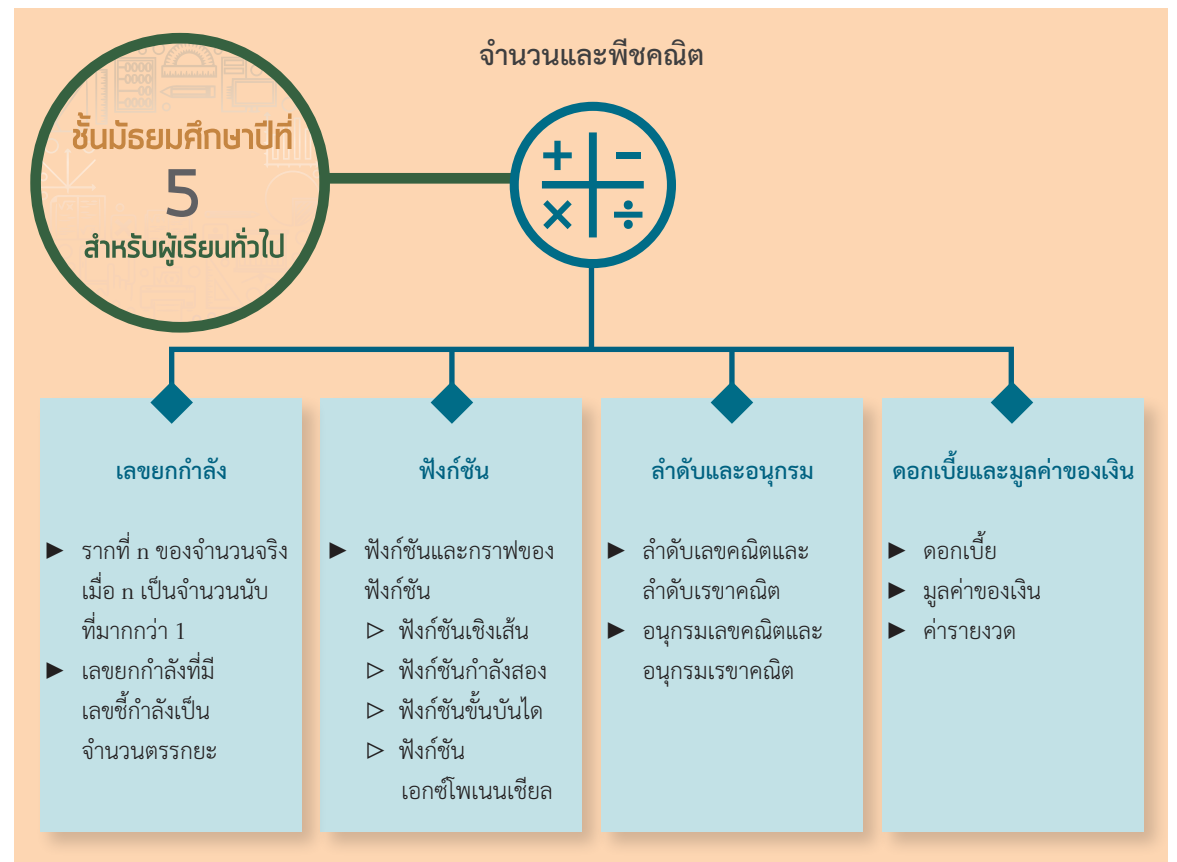
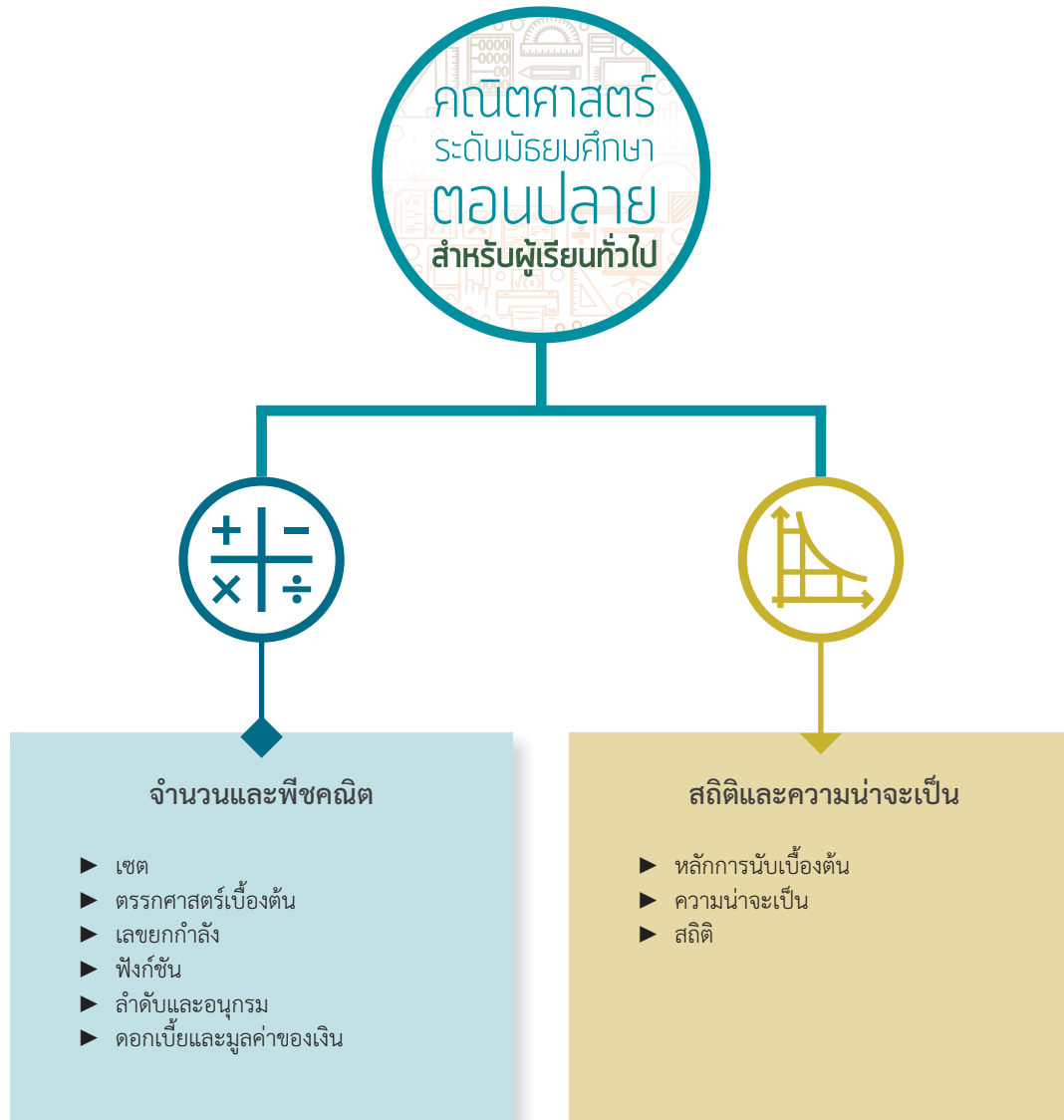
ตัวอย่างการจัดเนื้อหารายภาค

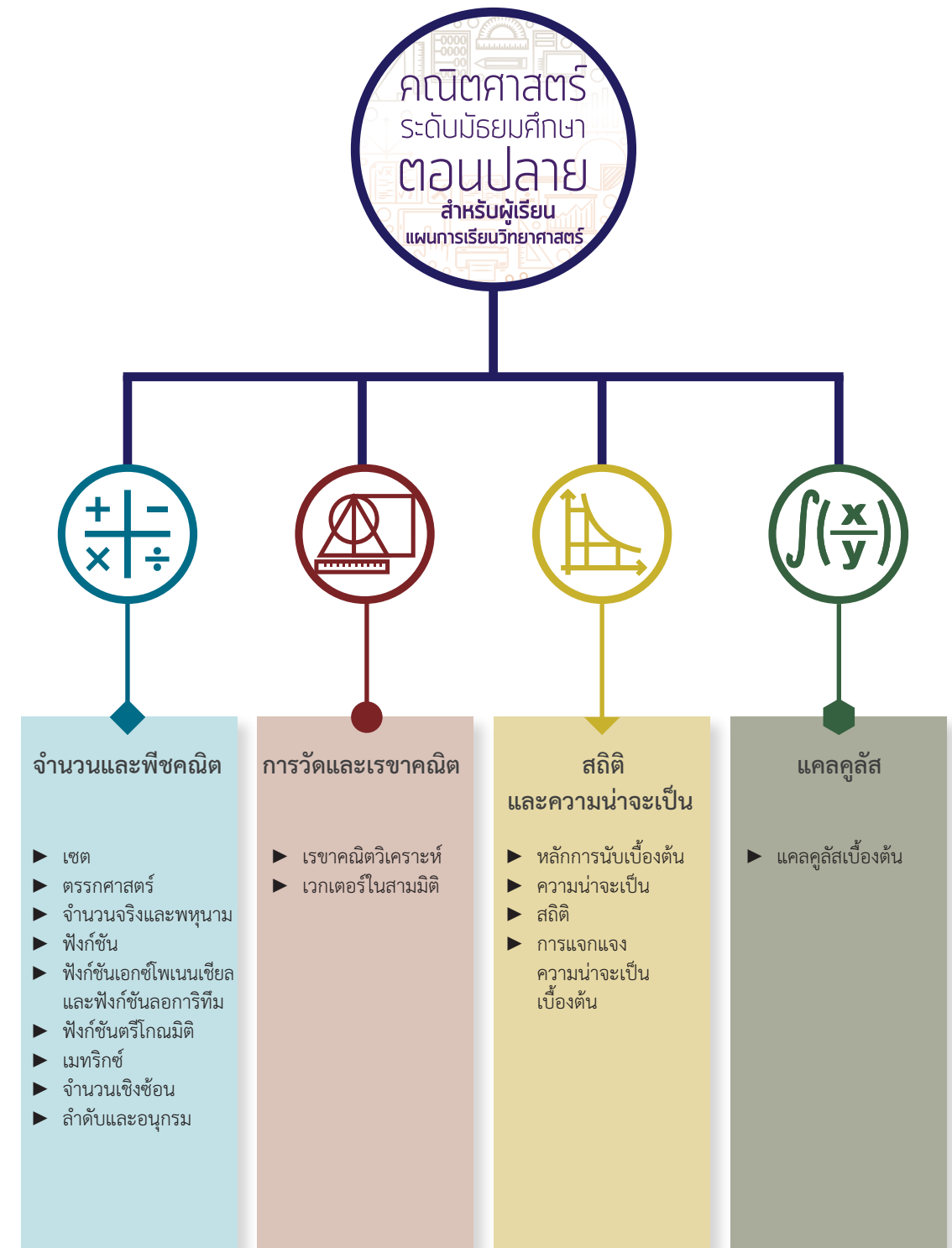
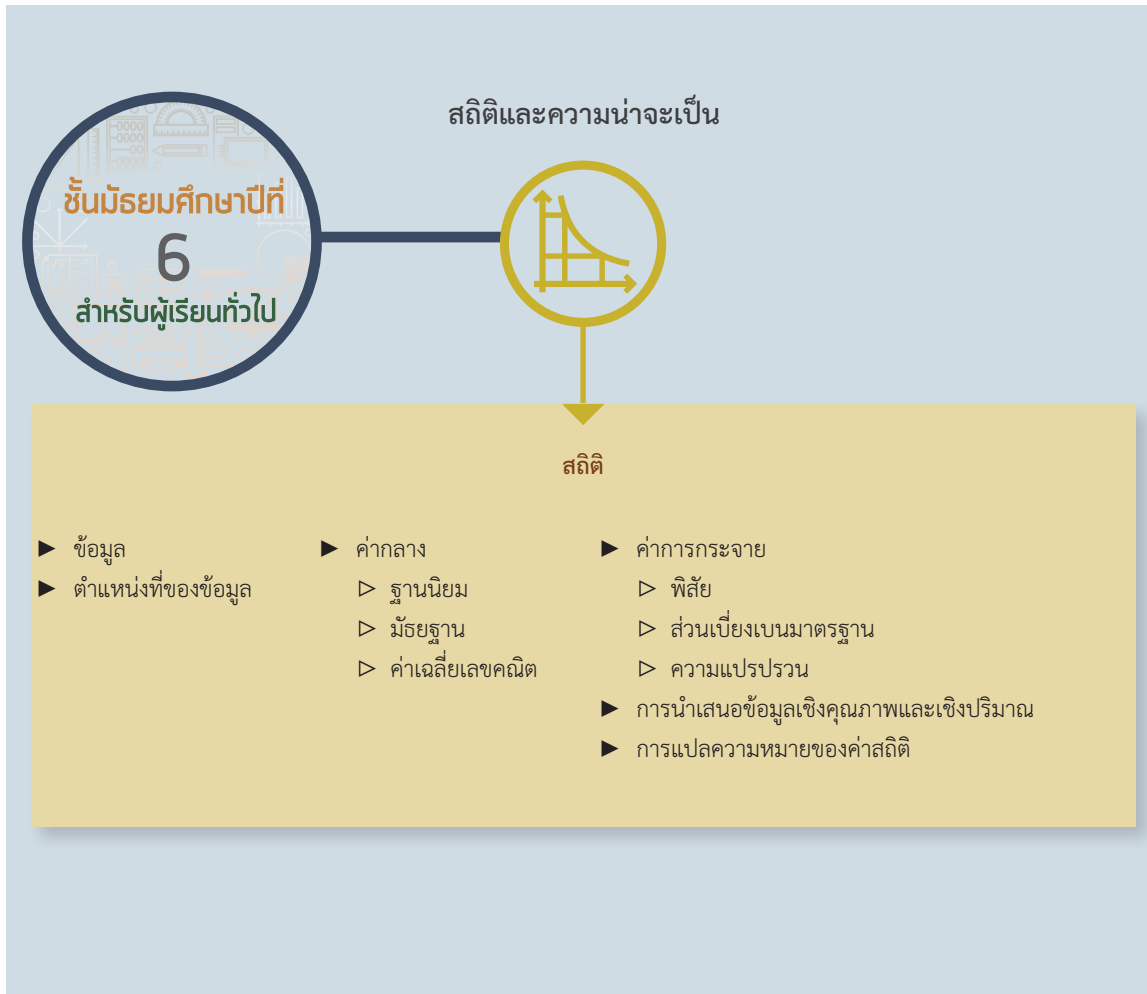
ชั้นเรียน/ ภาคเรียน	เนื้อหาสำหรับผู้เรียนทั่วไป ที่เรียนเฉพาะ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (80 ชั่วโมงต่อปี)	เนื้อหาสำหรับผู้เรียน แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ที่เรียนทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน และรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (200 ชั่วโมงต่อปี)
ม.4 ภาคเรียนที่ 1	<ul style="list-style-type: none"> ◆ เซต ◆ ตรรกศาสตร์เบื้องต้น 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ เซต ◆ ตรรกศาสตร์ ◆ จำนวนจริงและพหุนาม
ม.4 ภาคเรียนที่ 2	<ul style="list-style-type: none"> ◆ หลักการนับเบื้องต้น ◆ ความน่าจะเป็น 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ ฟังก์ชัน ◆ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ◆ เรขาคณิตวิเคราะห์
ม.5 ภาคเรียนที่ 1	<ul style="list-style-type: none"> ◆ เลขยกกำลัง ◆ ฟังก์ชัน 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ◆ เมทริกซ์ ◆ เวกเตอร์ในสามมิติ
ม.5 ภาคเรียนที่ 2	<ul style="list-style-type: none"> ◆ ลำดับและอนุกรม ◆ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ จำนวนเชิงซ้อน ◆ หลักการนับเบื้องต้น ◆ ความน่าจะเป็น
ม.6 ภาคเรียนที่ 1	<ul style="list-style-type: none"> ◆ สถิติ 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ ลำดับและอนุกรม ◆ แคลคูลัสเบื้องต้น
ม.6 ภาคเรียนที่ 2	<ul style="list-style-type: none"> ◆ สถิติ (ต่อ) 	<ul style="list-style-type: none"> ◆ สถิติ ◆ การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น



12 ผังสาระการเรียนรู้

ตัวอย่างการจัดเนื้อหารายภาคสำหรับผู้เรียนทั่วไป ซึ่งในที่นี้หมายถึงผู้เรียนที่เรียนเฉพาะรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน และสำหรับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ซึ่งในที่นี้หมายถึงผู้เรียนที่เรียนทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม แสดงเป็นผังสาระการเรียนรู้ เพื่อให้เห็นภาพรวมของเนื้อหาในแต่ละชั้นได้ชัดเจนและเป็นรูปธรรม ดังนี้







ชั้นมัธยมศึกษาปีที่
4
สำหรับผู้เรียน
แผนการเรียนวิทยาศาสตร์

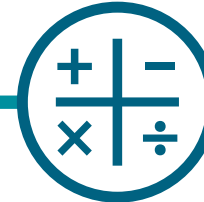
เซต

- ความรู้เบื้องต้นและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต
- ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ของเซต

จำนวนจริงและพหุนาม

- จำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง
- ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงและสมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง
- จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง
- ตัวประกอบของพหุนาม
- สมการและอสมการพหุนาม
- สมการและอสมการเศษส่วนของพหุนาม
- สมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ของพหุนาม

จำนวนและพีชคณิต



ฟังก์ชัน

- ฟังก์ชันและกราฟ
- การบวก การลบ การคูณ การหารฟังก์ชัน
- ฟังก์ชันประกอบ
- ฟังก์ชันผกผัน

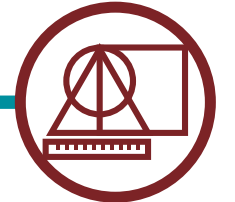
ตรรกศาสตร์

- ประพจน์และตัวเชื่อม
- ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว
- การอ้างเหตุผล

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
และฟังก์ชันลอการิทึม

- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- ฟังก์ชันลอการิทึม
- สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม

การวัดและเรขาคณิต

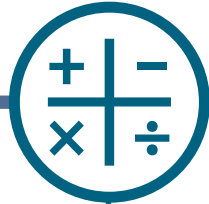


เรขาคณิตวิเคราะห์

- จุดและเส้นตรง
- วงกลม
- พาราโบลา
- วงรี
- ไฮเพอร์โบลา



จำนวนและพีชคณิต



ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

- ฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผัน
- เอกลักษณะและสมการตรีโกณมิติ
- กฎของโคไซน์และกฎของไซน์

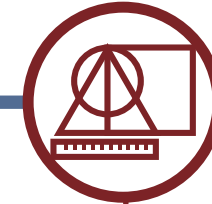
จำนวนเชิงซ้อน

- จำนวนเชิงซ้อน และสมบัติของจำนวนเชิงซ้อน
- จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
- รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนเมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1

เมทริกซ์

- เมทริกซ์ และเมทริกซ์สลับเปลี่ยน
- การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง การคูณระหว่างเมทริกซ์
- ดีเทอร์มิแนนต์
- เมทริกซ์ผกผัน
- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์

การวัดและเรขาคณิต



เวกเตอร์ในสามมิติ

- เวกเตอร์ นิเสธของเวกเตอร์
- การบวก การลบเวกเตอร์
- การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ผลคูณเชิงสเกลาร์ ผลคูณเชิงเวกเตอร์

สถิติและความน่าจะเป็น



หลักการนับเบื้องต้น

- หลักการบวกและการคูณ
- การเรียงสับเปลี่ยน
 - ▷ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น
 - ▷ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด
- การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด
- ทฤษฎีบททวินาม

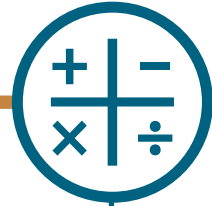
ความน่าจะเป็น

- การทดลองสุ่มและเหตุการณ์
- ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์



ชั้นมัธยมศึกษาปีที่
6
สำหรับผู้เรียน
แผนการเรียนวิทยาศาสตร์

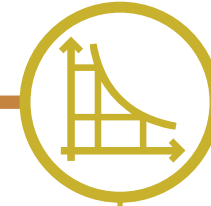
จำนวนและพีชคณิต



ลำดับและอนุกรม

- ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์
- ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต
- ลิมิตของลำดับอนันต์
- อนุกรมจำกัดและอนุกรมอนันต์
- อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต
- ผลบวกอนุกรมอนันต์
- การนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ในการแก้ปัญหามูลค่าของเงินและค่ารายงวด

สถิติและความน่าจะเป็น



สถิติ

- ข้อมูล
- ตำแหน่งที่ของข้อมูล
- ค่ากลาง
 - ▷ ฐานนิยม
 - ▷ มัธยฐาน
 - ▷ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
- ค่าการกระจาย
 - ▷ พิสัย
 - ▷ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 - ▷ ความแปรปรวน
- การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ
- การแปลความหมายของค่าสถิติ

การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น

- การแจกแจงเอกรูป
- การแจกแจงทวินาม
- การแจกแจงปกติ

แคลคูลัส



แคลคูลัสเบื้องต้น

- ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
- อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต
- ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต



การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบันนี้มุ่งเน้นการวัดและการประเมินการปฏิบัติงานในสภาพที่เกิดขึ้นจริงหรือที่ใกล้เคียงกับสภาพจริง รวมทั้งการประเมินเกี่ยวกับสมรรถภาพของผู้เรียนเพิ่มเติมจากความรู้ที่ได้จากการท่องจำโดยใช้วิธีการประเมินที่หลากหลายจากการที่ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้เผชิญกับปัญหาจากสถานการณ์จริงหรือสถานการณ์จำลองได้แก้ปัญหา สืบค้นข้อมูล และนำความรู้ไปใช้ รวมทั้งแสดงออกทางการคิด การวัดผลประเมินผลดังกล่าวมีจุดประสงค์สำคัญดังต่อไปนี้

1. เพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและตัดสินผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด เพื่อนำผลที่ได้จากการตรวจสอบไปปรับปรุงพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดียิ่งขึ้น
2. เพื่อวินิจฉัยความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ผู้เรียนจำเป็นต้องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การสืบค้น การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำความรู้ไปใช้ การคิดวิเคราะห์ การคิดสร้างสรรค์ การควบคุมกระบวนการคิด และนำผลที่ได้จากการวินิจฉัยผู้เรียนไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม
3. เพื่อรวบรวมข้อมูลและจัดทำสารสนเทศด้านการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ข้อมูลจากการประเมินผลที่ได้ในการสรุปผลการเรียนรู้ของผู้เรียนและเป็นข้อมูลป้อนกลับแก่ผู้เรียนหรือผู้เกี่ยวข้องตามความเหมาะสม รวมทั้งนำสารสนเทศไปใช้วางแผนบริหารการจัดการศึกษาของสถานศึกษา

การกำหนดจุดประสงค์ของการวัดผลประเมินผลอย่างชัดเจน จะช่วยให้เลือกใช้วิธีการและเครื่องมือวัดผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถวัดได้ในสิ่งที่ต้องการวัดและนำผลที่ได้ไปใช้งานได้จริง

แนวทางการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีแนวทางที่สำคัญ ดังนี้

1. การวัดผลประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง โดยใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยตนเองและระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ และพัฒนาการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อีกด้วย
2. การวัดผลประเมินผลต้องสอดคล้องกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามตัวชี้วัดซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดผลประเมินผลเพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนบรรลุตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งตัวชี้วัดในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบโดยทางตรงหรือทางอ้อมเพื่อให้ผู้เรียนได้ปรับปรุงตนเอง
3. การวัดผลประเมินผลต้องครอบคลุมด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือการทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้งสามด้าน ซึ่งงานหรือกิจกรรมดังกล่าวควรมีลักษณะดังนี้
 - สาระในงานหรือกิจกรรมต้องเน้นให้ผู้เรียนได้ใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง
 - วิธีหรือทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
 - เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหามีลักษณะปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน
 - งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้ใช้การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดภาพ
 - งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์



4. การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องใช้วิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม และใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพเพื่อให้ได้ข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน เช่น เมื่อต้องการวัดผลประเมินผลเพื่อตัดสินผลการเรียนอาจใช้การทดสอบ การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัด การทำใบกิจกรรม หรือการทดสอบย่อย เมื่อต้องการตรวจสอบพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียนด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้การสังเกตพฤติกรรม การเรียนรู้ การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน หรือการทำโครงการ การเลือกใช้วิธีการวัดที่เหมาะสมและเครื่องมือที่มีคุณภาพ จะทำให้สามารถวัดในสิ่งที่ต้องการวัดได้ ซึ่งจะทำให้ผู้สอนได้ข้อมูลและสารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วนและตรงตามวัตถุประสงค์ของการวัดผลประเมินผล อย่างไรก็ตาม ผู้สอนควรตระหนักว่าเครื่องมือวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ที่ใช้ในการประเมินตามวัตถุประสงค์หนึ่ง ไม่ควรนำมาใช้กับอีกวัตถุประสงค์หนึ่ง เช่น แบบทดสอบที่ใช้ในการแข่งขันหรือการคัดเลือกไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ตัดสินผลการเรียนรู้
5. การวัดผลประเมินผลเป็นกระบวนการที่ใช้สะท้อนความรู้ความสามารถของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนมีข้อมูลในการปรับปรุงและพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเองให้ดีขึ้น ในขณะที่ผู้สอนสามารถนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอและนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะดังนี้

ประเมินก่อนเรียน

เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่ผู้เรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชา บทเรียน หรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดผลประเมินผลจะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้ประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้ดังนี้

- (1) จัดกลุ่มผู้เรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน
- (2) วางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้สอนพิจารณาเลือกตัวชี้วัด เนื้อหาสาระ กิจกรรม แบบฝึกหัด อุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานและทักษะของผู้เรียน และสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

ประเมินระหว่างเรียน

เป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในระหว่างการเรียน ข้อมูลที่ได้จะช่วยให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในเรื่องต่อไปนี้

- (1) ศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นระยะ ๆ ว่าผู้เรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นผู้สอนจะได้หาทางแก้ไขได้ทันท่วงที
- (2) ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่เข้าใจบทเรียนใดจะได้จัดให้เรียนซ้ำ หรือผู้เรียนเรียนรู้อย่างรวดเร็วกว่าที่กำหนดไว้จะได้ปรับวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคน

ประเมินหลังเรียน

เป็นการประเมินเพื่อนำผลที่ได้ไปใช้สรุปผลการเรียนรู้หรือเป็นการวัดผลประเมินผลแบบสรุปรวบยอดหลังจากสิ้นสุดภาคการศึกษาหรือปีการศึกษาของผู้เรียน รวมทั้งผู้สอนสามารถนำผลการประเมินที่ได้ไปใช้ในการวางแผนและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น



การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามตัวชี้วัด/ ผลการเรียนรู้

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง ให้ทุกสถานศึกษานำไปจัดเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานสำหรับผู้เรียนทุกคน นอกจากนี้สถานศึกษาสามารถจัดรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมให้กับผู้เรียนที่มีศักยภาพด้านคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต้องสอดคล้องกับตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้ที่ระบุไว้สำหรับผู้เรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีรายละเอียดดังนี้

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนทั่วไป

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กำหนดตัวชี้วัดสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานจำนวน 8 ตัวชี้วัด โดยผู้เรียนทั่วไป ซึ่งในที่นี้หมายถึงผู้เรียนที่เรียนเฉพาะรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานจะต้องบรรลุตัวชี้วัดทั้งหมดตามที่หลักสูตรกำหนดหรือสูงกว่า ภายใน 3 ปี การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ดังกล่าวเป็นไปในทำนองเดียวกับการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้รายวิชาพื้นฐาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนแผนการเรียน วิทยาศาสตร์

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กำหนดตัวชี้วัดสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานจำนวน 8 ตัวชี้วัด และเสนอแนะผลการเรียนรู้สำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 32 ผลการเรียนรู้ โดยการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ซึ่งในที่นี้หมายถึงผู้เรียนที่เรียนทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม นั้น มี 2 ส่วน ได้แก่ การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้สำหรับรายวิชาพื้นฐาน และการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้สำหรับรายวิชาเพิ่มเติม

การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน โดยหลักการแล้วผู้เรียนจะต้องบรรลุตัวชี้วัดทั้งหมดตามที่หลักสูตรกำหนดภายใน 3 ปี โดยเป็นไปในทำนองเดียวกับการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนทั่วไป อย่างไรก็ตามสถานศึกษาอาจพิจารณาวัดผลประเมินผลการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานควบคู่ไปกับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมได้โดยอาศัยหลักการที่หลักสูตรเปิดโอกาสให้สถานศึกษาจัดเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานโดยยืดหยุ่นระหว่างชั้นปีภายใน 3 ปี และให้สถานศึกษาพิจารณาเลือกเนื้อหาสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมได้ตามความเหมาะสม โดยยึดหลักที่ว่าเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเป็นการต่อยอดองค์ความรู้ของเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ดังนั้น สถานศึกษาสามารถร้อยเรียงเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในแต่ละภาคการศึกษา/ชั้นปีเข้าด้วยกันได้โดยคำนึงถึงความสอดคล้องและต่อเนื่อง ซึ่งสถานศึกษาอาจจัดเนื้อหาสำหรับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ตามที่ สสวท. ได้เสนอแนะตัวอย่างการจัดเนื้อหาภาคสำหรับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ไว้ในคู่มือการใช้หลักสูตรเล่มนี้

ทั้งนี้ สำหรับสถานศึกษาที่จัดเนื้อหาภาคสำหรับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ตามที่ สสวท. เสนอแนะตัวอย่างการจัดเนื้อหาภาคนั้น สามารถวัดผลประเมินผลการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานได้ โดยพิจารณาจากผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมที่เทียบเคียงได้กับตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้



รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน			รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม	
ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง		ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
เซตและตรรกศาสตร์ ▷ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	▷ ความรู้เบื้องต้นและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต ▷ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ของเซต		เซต ▷ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	▷ ความรู้เบื้องต้นและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต ▷ ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ของเซต
	▷ ประพจน์และตัวเชื่อม		ตรรกศาสตร์ ▷ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล	▷ ประพจน์และตัวเชื่อม ▷ ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณตัวเดียว ▷ การอ้างเหตุผล
เลขยกกำลัง ▷ เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	▷ จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง		จำนวนจริงและพหุนาม ▷ เข้าใจจำนวนจริง และใช้สมบัติของจำนวนจริงในการแก้ปัญหา	▷ จำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง ▷ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงและสมบัติของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง ▷ จำนวนจริงในรูปกรณฑ์ ▷ และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลัง
หลักการนับเบื้องต้น ▷ เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	▷ หลักการบวกและการคูณ ▷ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีทีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด ▷ การจัดหมู่กรณีทีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด		หลักการนับเบื้องต้น ▷ เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	▷ หลักการบวกและการคูณ ▷ การเรียงสับเปลี่ยน ▶ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ▶ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมกรณีทีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด ▷ การจัดหมู่กรณีทีสิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด ▷ ทฤษฎีบททวินาม
ความน่าจะเป็น ▷ หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้	▷ การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ▷ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์		ความน่าจะเป็น ▷ หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้	▷ การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ▷ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์



รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน		รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม		
ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง		ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
ลำดับและอนุกรม ▷ เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้	▷ ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต ▷ อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต		ลำดับและอนุกรม ▷ ระบุได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก ▷ หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ▷ หาผลบวกอนุกรมอนันต์ ▷ เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้	▷ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ ▷ ลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต ▷ ลิขิตของลำดับอนันต์ ▷ อนุกรมจำกัดและอนุกรมอนันต์ ▷ อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต ▷ ผลบวกอนุกรมอนันต์ ▷ การนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้ในการแก้ปัญหามูลค่าของเงินและค่ารายงวด
ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ▷ เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา	▷ ดอกเบี้ย ▷ มูลค่าของเงิน ▷ ค่ารายงวด			
ฟังก์ชัน ▷ ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด	▷ ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)		-	-
สถิติ ▷ เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติเพื่อประกอบการตัดสินใจ	▷ ข้อมูล ▷ ตำแหน่งที่ของข้อมูล ▷ ค่ากลาง (ฐานนิยม มัธยฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต) ▷ ค่าการกระจาย (พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน) ▷ การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ ▷ การแปลความหมายของค่าสถิติ		-	-



จากตารางแสดงการเทียบเคียงตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กับผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จะเห็นว่าตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ไม่สามารถเทียบเคียงกับผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมได้ จำนวน 2 ตัวชี้วัด ได้แก่ “ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด” และ “เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล และแปลความหมายของค่าสถิติเพื่อประกอบการตัดสินใจ” ซึ่งในการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ตามตัวชี้วัดทั้งสองตัวชี้วัดนี้ จะเป็นการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้สำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเท่านั้น โดยแนวทางการวัดผลประเมินผลเป็นไปในทำนองเดียวกับการวัดผลประเมินผล การเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานสำหรับผู้เรียนทั่วไป

นอกจากนี้ ตารางแสดงการเทียบเคียงตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานกับผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมยังแสดงให้เห็นว่ามีตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่เทียบเคียงกับผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จำนวน 6 ตัวชี้วัด ซึ่งเมื่อพิจารณาตัวชี้วัดและผลการเรียนรู้เหล่านี้ร่วมกับสาระการเรียนรู้แกนกลางและสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม จะพบว่าตัวชี้วัดเหล่านี้มีทั้งสาระการเรียนรู้แกนกลางที่เหมือนกับสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม และที่แตกต่างกับสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ดังนั้นในการวัดผลประเมินผล การเรียนรู้จะต้องพิจารณาตัวชี้วัดและผลการเรียนรู้ควบคู่ไปกับสาระการเรียนรู้แกนกลางและสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ให้สอดคล้องกับรายวิชาที่ต้องการวัดผล ประเมินผลการเรียนรู้

ทั้งนี้ การวัดผลประเมินผลตามผลการเรียนรู้ที่เทียบเคียงกับตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ซึ่งมีสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมตรงกับสาระการเรียนรู้แกนกลางให้ถือว่าการวัดผลประเมินผลตามตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ส่วนการวัดผลประเมินผลตามผลการเรียนรู้ที่เทียบเคียงกับตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานแต่มีสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมแตกต่างกับสาระการเรียนรู้แกนกลาง ให้ถือว่าการวัดผลของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เช่น สำหรับผลการเรียนรู้ “เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และอ้างเหตุผล” ซึ่งเทียบเคียงกันกับตัวชี้วัด “เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์” นั้น มีสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม

ซึ่งตรงกับสาระการเรียนรู้แกนกลาง คือ “ประพจน์และตัวเชื่อม” ดังนั้น การวัดผลประเมินผลตามผลการเรียนรู้ดังกล่าวสำหรับประพจน์และตัวเชื่อม ให้ถือเป็นการวัดผลประเมินผลสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ส่วน การวัดผลประเมินผลตามผลการเรียนรู้สำหรับ “ประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ ตัวเดียว” และ “การอ้างเหตุผล” ซึ่งไม่ปรากฏในสาระการเรียนรู้แกนกลางนั้น ให้ถือเป็นการวัดผลประเมินผลสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาตารางแสดงการเทียบเคียงตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานกับผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมดังกล่าวข้างต้น จะเห็นว่าตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเรื่องเซต และเรื่องความน่าจะเป็น มีสาระการเรียนรู้แกนกลางเหมือนกับสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม อย่างไรก็ตามเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเป็นการต่อยอดองค์ความรู้ของเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ซึ่งสถานศึกษาสามารถพิจารณาเพิ่มเติมความลึกของเนื้อหาตามศักยภาพของผู้เรียน เช่น ในเรื่องเซต สถานศึกษาอาจเพิ่มเติมเนื้อหาเรื่องเพาเวอร์เซต และการแก้ปัญหาโดยใช้เซตสำหรับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นให้กับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ โดยที่การวัดผลประเมินผลตามผลการเรียนรู้ในเรื่องนี้สำหรับเนื้อหาที่เพิ่มเติมเข้ามาจะเป็นการวัดผล ประเมินผลสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ส่วนในเรื่องความน่าจะเป็นนั้น สถานศึกษาอาจเพิ่มเติมปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นที่ต้องเชื่อมโยงกับความรู้ เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของไม่แตกต่างกันทั้งหมด และการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม ซึ่งเป็นสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมในเรื่องหลักการนับเบื้องต้น ให้กับผู้เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ โดยที่การวัดผลประเมินผลตามผลการเรียนรู้ในเรื่องนี้สำหรับเนื้อหาที่ต้องเชื่อมโยงความรู้ดังกล่าวจะเป็นการวัดผลประเมินผลสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

นอกจากนี้ สำหรับผลการเรียนรู้ของรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมอื่น ๆ ที่ไม่เทียบเคียงกันกับตัวชี้วัดของรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานนั้น ให้การวัดผล ประเมินผลตามผลการเรียนรู้เหล่านี้เป็นการวัดผลประเมินผลสำหรับรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม



ความรู้เพิ่มเติมสำหรับผู้สอนคณิตศาสตร์

หลักสูตร การสอน และการวัดผลประเมินผล เป็นองค์ประกอบหลักที่สำคัญในการออกแบบแนวทางการจัดการเรียนรู้ หากมีการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่ง จะส่งผลต่อองค์ประกอบอื่นตามไปด้วย ดังนั้นเพื่อความสอดคล้องและเกิดประสิทธิผลในการนำไปใช้ หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงกำหนดเป้าหมายและจุดเน้นหลายประการที่ผู้สอนควรตระหนักและทำความเข้าใจ ทั้งนี้เพื่อให้การจัดการเรียนรู้สัมฤทธิ์ผลตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ผู้สอนควรศึกษาเพิ่มเติมในเรื่องต่อไปนี้

การจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21

ในศตวรรษที่ 21 (1 มกราคม ค.ศ. 2001 ถึง 31 ธันวาคม ค.ศ. 2100) โลกมีการเปลี่ยนแปลงในทุก ๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านเศรษฐกิจ สังคม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ส่งผลให้จำเป็นต้องมีการเตรียมผู้เรียนให้พร้อมรับการเปลี่ยนแปลงของโลก ผู้สอนจึงต้องมีความตื่นตัวและเตรียมพร้อมในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีความรู้ ในวิชาหลัก (core subjects) มีทักษะการเรียนรู้ (learning skills) และพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 ไม่ว่าจะเป็นทักษะการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ ทักษะการคิดและการแก้ปัญหา ทักษะการสื่อสาร และทักษะชีวิต ทั้งนี้ เครือข่าย P21 (Partnership for 21st Century Skills) ได้จำแนกทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 ออกเป็น 3 หมวด ได้แก่

- 1. ทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม (Learning and Innovation Skills)** ได้แก่ การคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (creativity and innovation) การคิดแบบมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหา (critical thinking and problem-solving) การสื่อสาร (communication) และการร่วมมือ (collaboration)
- 2. ทักษะด้านสารสนเทศ สื่อ และเทคโนโลยี (Information, Media, and Technology Skills)** ได้แก่ การรู้เท่าทันสารสนเทศ (information literacy) การรู้เท่าทันสื่อ (media literacy) การรู้เท่าทันเทคโนโลยีและการสื่อสาร (information, communication, and technology literacy)
- 3. ทักษะชีวิตและอาชีพ (Life and Career Skills)** ได้แก่ ความยืดหยุ่นและความสามารถในการปรับตัว (flexibility and adaptability) มีความคิด

ริเริ่มและกำกับดูแลตัวเองได้ (initiative and self-direction) ทักษะสังคม และเข้าใจในความต่างระหว่างวัฒนธรรม (social and cross-cultural skills) การเป็นผู้สร้างผลงานหรือผู้ผลิตและมีความรับผิดชอบเชื่อถือได้ (productivity and accountability) และมีภาวะผู้นำและมีความรับผิดชอบ (leadership and responsibility)

ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 ต้องมีการเปลี่ยนแปลงให้เข้ากับสภาพแวดล้อม บริบททางสังคมและเทคโนโลยีที่เปลี่ยนแปลงไป ผู้สอนต้องออกแบบการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยให้ผู้เรียนได้เรียนจากสถานการณ์ในชีวิตจริงและเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง มีผู้สอนเป็นผู้จุดประกายความสนใจใฝ่รู้ อำนวยความสะดวก และสร้างบรรยากาศให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน

การใช้เทคโนโลยีในการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

การใช้เทคโนโลยีมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับผู้เรียนและผู้สอนในศตวรรษที่ 21 ผู้สอนและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาควรบูรณาการและใช้เทคโนโลยีในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามสภาพแวดล้อมที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน และจัดหาสิ่งอำนวยความสะดวกในการใช้เทคโนโลยีเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ มีทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ สามารถปฏิบัติงานได้หลากหลาย ตลอดจนสามารถประยุกต์ใช้เทคโนโลยีอย่างมีประสิทธิภาพ การสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้เน้นการใช้เทคโนโลยีทั้งในห้องเรียน และนอกห้องเรียน โดยบูรณาการกับการจัดการเรียนรู้และเน้นให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1. ใช้เทคโนโลยีในการเรียนรู้** เนื่องจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นการศึกษาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากขึ้น และเน้นการนำไปประยุกต์ในชีวิตจริง ดังนั้นการนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนจะช่วยลดเวลา ลดขั้นตอนที่ไม่จำเป็น และเพิ่มเวลาในการมุ่งเน้นให้ผู้เรียนบรรลุเป้าหมายของการเรียน เช่น
 - **สถิติ** เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณและมีการใช้ข้อมูลเชิงปริมาณเป็นจำนวนมาก หากผู้สอนนำเทคโนโลยีมาประกอบการเรียนรู้ เช่น Spreadsheet หรือ GeoGebra จะช่วยลดเวลาใน



การคำนวณ และลดขั้นตอนการคำนวณ ทำให้ผู้เรียนมีเวลาในการคิดวิเคราะห์ พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และมุ่งเน้นการนำค่าสถิติไปใช้ในการแปลความหมายของข้อมูลได้มากขึ้น

- **ฟังก์ชันและกราฟ** การคำนวณเกี่ยวกับฟังก์ชันและการเขียนกราฟด้วยมือนั้นใช้เวลาค่อนข้างมากและไม่ใช่ว่าจุดเน้นของการเรียน หากผู้สอนใช้เทคโนโลยีช่วยในการเขียนกราฟ เขียนตาราง เขียนรูปภาพต่าง ๆ เช่น The Geometer's Sketchpad (GSP) หรือ GeoGebra จะทำให้สามารถจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นไปที่การทำความเข้าใจกับแนวคิดและหลักการทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจตั้งข้อสังเกต และคาดการณ์
2. **ใช้เทคโนโลยีเป็นแหล่งการเรียนรู้** ในโลกการศึกษาปัจจุบันมีแหล่งข้อมูลที่เป็นประโยชน์สำหรับการเรียนการสอนมากมาย ไม่ได้มีเฉพาะในห้องเรียนเท่านั้น ผู้เรียนสามารถศึกษาค้นคว้าข้อมูลต่าง ๆ ทั้งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาและการประยุกต์ได้ในอินเทอร์เน็ตหรือแหล่งเรียนรู้อื่น เช่น เว็บไซต์ต่าง ๆ สารานุกรมออนไลน์ หรือ หนังสือเรียนอิเล็กทรอนิกส์ (E-Book) เป็นต้น ซึ่งผู้เรียนสามารถค้นคว้าหาข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้นผู้สอนควรนำเทคโนโลยีเหล่านี้ไปใช้ประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง และนำข้อมูลที่ได้นำมาใช้ประโยชน์โดยผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุเป็นผล
 3. **ใช้เทคโนโลยีในการสื่อสาร** การใช้เทคโนโลยีในการสื่อสารจะทำให้การสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้นและเป็นประโยชน์ในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน เช่น การนำเทคโนโลยีมาช่วยในการนำเสนอข้อมูล ส่งงาน ส่งการบ้าน หรือเป็นช่องทางการสอนแบบไม่เป็นทางการนอกห้องเรียน เป็นต้น

หมายเหตุ ดูตัวอย่างและแหล่งข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับเทคโนโลยีได้ในภาคผนวก

แนวการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรม กำหนดสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน โดยมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น 5 ทักษะดังนี้



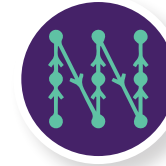
การแก้ปัญหา

1



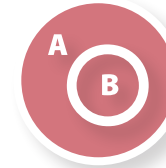
การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2



การเชื่อมโยง

3



การให้เหตุผล

4



การคิดสร้างสรรค์

5



1

การแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตนเองเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม รู้จักตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ รวมถึงมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้ การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริง ได้การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้น ดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องให้ออกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำท่ายให้อายากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่มโดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อนต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อน หรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วย

ในการเริ่มพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนแล้ว จึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา



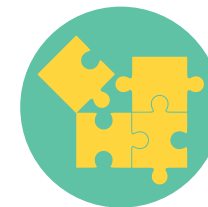
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาว่าสถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร ต้องการให้หาอะไร กำหนดอะไรให้บ้าง เกี่ยวข้องกับความรู้ใดบ้าง การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การวาดภาพ การเขียนตาราง การบอกหรือเขียนสถานการณ์ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง



ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด จะแก้อย่างไร รวมถึงพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ การแก้ปัญหาที่ผู้เรียนมีอยู่ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีแก้ปัญหา



ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นตอนนี้เป็นการลงมือปฏิบัติตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ จนสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถหาคำตอบได้ผู้เรียนต้องตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนในแผนที่วางไว้ หรือเลือกยุทธวิธีใหม่จนกว่าจะได้คำตอบ



ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ขั้นตอนนี้เป็นการพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ผู้เรียนอาจมองย้อนกลับไปพิจารณายุทธวิธีอื่น ๆ ในการหาคำตอบ และขยายแนวคิดไปใช้กับสถานการณ์ปัญหาอื่น



การสอนการแก้ปัญหาควรมุ่งเน้นกระบวนการคิด ให้ผู้เรียนสามารถคิดเป็น แก้ปัญหาได้ตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ไม่ใช่มุ่งเน้นเฉพาะผลลัพธ์หรือคำตอบของปัญหา ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นหรือคำถามนำให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อ ๆ ไป ผู้สอนจึงค่อย ๆ ลดประเด็นคำถามลงมา จนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้ว ก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามชี้แนะก็ได้ ทั้งนี้ผู้สอนควรเสริมแรงเมื่อผู้เรียนแก้ปัญหาได้ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ยุ่ยากซับซ้อนต่อไปในอนาคต

ในการจัดให้มีการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นต่อนั้น เมื่อผู้เรียนเข้าใจกระบวนการแล้ว ผู้สอนควรพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะ โดยควรเน้นให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลายในชั้นวางแผนแก้ปัญหาเพราะเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญและยากสำหรับผู้เรียน

กำหนดสถานการณ์ปัญหา “ไก่กับกระต่าย” ดังนี้

ตัวอย่างการแก้ปัญหา

พ่อของนิตยาเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้จำนวนหนึ่ง ปกติพ่อจะแยกเลี้ยงไก่ไว้ในเล้า และเลี้ยงกระต่ายไว้ในกรง วันหนึ่งพ่อปล่อยให้ไก่กับกระต่ายออกมาวิ่งเล่นในทุ่งหญ้าหลังบ้าน นิตยาออกมาเดินเล่นและเห็นไก่กับกระต่ายจึงไปถามพ่อ

นิตยา : คุณพ่อเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้อย่างละกี่ตัวคะ

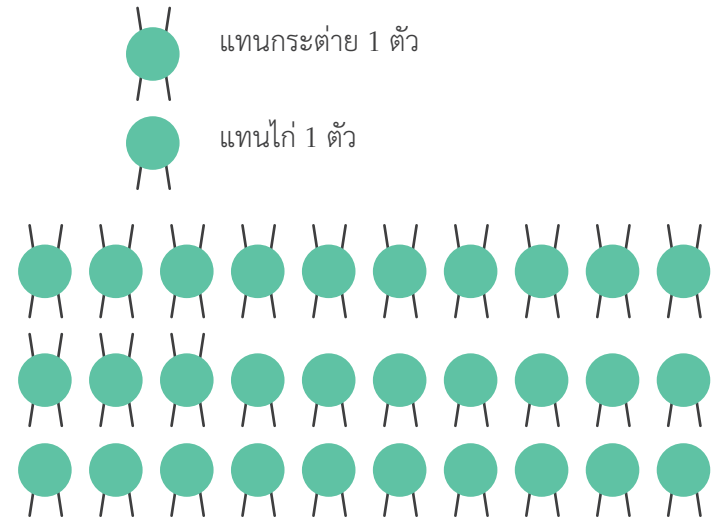
พ่อ : ถ้าลูกอยากรู้ต้องหาคำตอบเองนะ พ่อรู้ว่านับไก่กับกระต่ายรวมกันได้ 30 ตัว ถ้านับขาไก่กับขากระต่ายรวมกันจะได้ 86 ขา

นิตยา : ไม่ยากเลยคะคุณพ่อ หนูหาคำตอบได้

ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบตามแนวคิดของตนเองหรืออาจจัดเป็นกิจกรรมกลุ่มให้ผู้เรียนช่วยกันคิดหาคำตอบก็ได้ ซึ่งปัญหานี้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้โดยใช้วิธีต่างกัน เช่น

วิธีที่ 1 ใช้แผนภาพ

- 1) เริ่มด้วยการวาดภาพ 30 ภาพ แทนตัวของสัตว์ทั้งหมด
- 2) สมมติว่าสัตว์ทุกตัวเป็นไก่โดยเขียนขาของทุกตัวเป็น 2 ขา แล้ววาดขาเพิ่มไปที่ละรูปแทนกระต่ายจนจำนวนขาครบตามที่กำหนด



วิธีที่ 2 ใช้ตารางช่วยในการวิเคราะห์

- 1) กำหนดจำนวนไก่ และกระต่ายรวมกันเป็น 30 ตัวก่อน
- 2) ค่อย ๆ ลดหรือเพิ่มจำนวนไก่และกระต่ายให้สอดคล้องกับจำนวนขาตามที่กำหนด



จำนวนกระต่าย (ตัว)	จำนวนขากระต่าย (ขา)	จำนวนไก่ (ตัว)	จำนวนขาของไก่ (ขา)	จำนวนขาทั้งหมด (ขา)
1	4	29	58	62
5	20	25	50	70
10	40	20	40	80
11	44	19	38	82
12	48	18	36	84
13	52	17	34	86

ข้ามขั้น
ข้ามขั้น

ได้จำนวนขาเท่ากับที่โจทย์กำหนด

คำตอบ มีกระต่าย 13 ตัว และไก่ 17 ตัว

จะสังเกตเห็นว่า จากวิธีที่ 2 ผู้เรียนเริ่มต้นด้วยการจับคู่กระต่าย 1 ตัว และไก่ 29 ตัวก่อน แล้วหาจำนวนขาของสัตว์ทั้งหมด สังเกตผลลัพธ์ใช้ทักษะการคาดเดาและการวิเคราะห์คำตอบ โดยข้ามขั้นตอนบางขั้นตอน จนกระทั่งได้คำตอบตามต้องการ



วิธีที่ 3 ใช้สมการ

สมมติให้มีไก่อยู่ x ตัว

จะมีกระต่าย $30 - x$ ตัว

จะได้จำนวนขาของไก่ $2x$ ขา

และจำนวนขาของกระต่าย $4(30 - x)$ ขา

ปัญหาได้กำหนดให้จำนวนขาของไก่และขาของกระต่ายรวมกัน 86 ขา

เขียนสมการและแก้สมการดังนี้

$$2x + 4(30 - x) = 86$$

$$2x + 120 - 4x = 86$$

$$-2x = 86 - 120$$

$$x = \frac{-34}{-2}$$

$$x = 17$$

คำตอบ มีไก่ 17 ตัว และกระต่าย 13 ตัว

จากสถานการณ์ปัญหา “ไก่และกระต่าย” ที่ให้เป็นตัวอย่างข้างต้นนี้ ผู้เรียนอาจแสดงแนวคิดที่แตกต่างจากนี้ได้อีก ผู้สอนจะต้องใช้ดุลพินิจพิจารณาวิธีการต่าง ๆ ที่ผู้เรียนแสดงแนวคิด โดยกล่าวชมเชยส่งเสริมแนวคิดนั้น ชี้ข้อบกพร่องตลอดจนอธิบายและให้ความรู้เพิ่มเติม

ขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่งที่ผู้สอนจะต้องเน้นอยู่เสมอคือ ขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบที่ต้องคำนวณจำนวนขาของไก่และขาของกระต่ายจากจำนวนตัวที่ผู้เรียนหาได้ว่าสอดคล้องกับโจทย์หรือปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่ ดังนี้

ไก่ 17 ตัว มี 34 ขา

กระต่าย 13 ตัว มี 52 ขา

รวมจำนวนตัวได้ 30 ตัว และจำนวนขาได้ 86 ขา

ซึ่งสอดคล้องกับข้อกำหนดของปัญหา



2

การพัฒนาทักษะและกระบวนการการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การสื่อสาร เป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความคิดและสร้างความเข้าใจระหว่างบุคคล ผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การสังเกต และการแสดงท่าทาง

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการสื่อสารที่นอกจากนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การสังเกต และการแสดงท่าทางตามปกติแล้ว ยังเป็นการสื่อสารที่มีลักษณะพิเศษ โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน หรือแบบจำลอง เป็นต้น มาช่วยในการสื่อความหมายด้วย

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีประสิทธิภาพ การที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตเนื้อหาที่ต้องฝึกการวิเคราะห์ การให้เหตุผล และการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมายแล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อสารความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น ขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปร เขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปของสมการหรืออสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์มีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนชี้แนะแนวทางในการสื่อสารและการสื่อความหมาย

การฝึกทักษะและกระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย



ตัวอย่างการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ กำหนดสถานการณ์ดังนี้

ตัวอย่างการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ร้านค้าแห่งหนึ่งมีลูกจ้าง 3 คน คือ แดง น้อย และจิต โดยแต่ละคนเสนอค่าจ้างทำงานชั่วโมงละ 100 , 110 และ 120 บาท ตามลำดับ และมีงาน 3 อย่าง คือ a, b และ c

จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน a, b และ c คือ 7.5 , 8 และ 4.5 ชั่วโมง ตามลำดับ จำนวนชั่วโมงที่น้อยทำงาน a, b และ c คือ 6 , 8.5 และ 5 ชั่วโมง ตามลำดับ จำนวนชั่วโมงที่จิตทำงาน a, b และ c คือ 6.5 , 7 และ 3.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

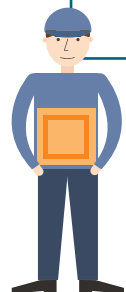
อยากทราบว่านายจ้างควรให้ลูกจ้างคนใดทำงานอย่างใดที่สามารถทำงานนั้นเสร็จ และจ่ายเงินน้อยที่สุด และถ้านายจ้างต้องการรับลูกจ้างเพื่อเข้าทำงานทั้งสามอย่างเพียงหนึ่งคน เขาควรรับลูกจ้างคนใดเข้าทำงานจึงจะจ่ายเงินน้อยที่สุด



ในการแก้ปัญหานี้ผู้เรียนจะวิเคราะห์ปัญหาและใช้ตารางช่วยในการสื่อสาร การสื่อความหมายข้อมูลที่กำหนดให้ ดังตารางที่ 1

งาน	จำนวนชั่วโมงการทำงาน		
	แดง	น้อย	จิต
a	7.5	6	6.5
b	8	8.5	7
c	4.5	5	3.5

ตารางที่ 1 แสดงชั่วโมงการทำงาน



จากนั้นผู้เรียนช่วยกันหาคำตอบและสร้างตารางใหม่เพื่อแสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่ายจากการทำงานทั้ง 3 อย่าง ดังตารางที่ 2

งาน	จำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย (บาท)		
	แดง	น้อย	จิต
a	750	660	780
b	800	935	840
c	450	550	420
รวม	2,000	2,145	2,040

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่าย

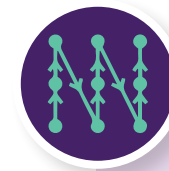
ผู้เรียนสามารถใช้ตารางที่ 2 นำเสนอคำตอบดังนี้

ควรจ้างน้อยทำงาน a เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างแดงทำงาน b เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

ควรจ้างจิตทำงาน c เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด

และควรจ้างแดงทำงานทั้ง 3 อย่าง เพราะจ่ายค่าจ้างในการทำงานรวมน้อยที่สุด



การพัฒนาทักษะและกระบวนการการเชื่อมโยง

3

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหา และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

การที่ผู้เรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและมีความคงทนในการเรียนรู้ตลอดจนช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน



นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และใช้การแก้ปัญหา เช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างที่บ่อ บรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่งตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในวัยบั้นปลายของชีวิต

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะและกระบวนการการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้อง
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันเพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริงและมีทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น ๆ แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

ตัวอย่างการเชื่อมโยง

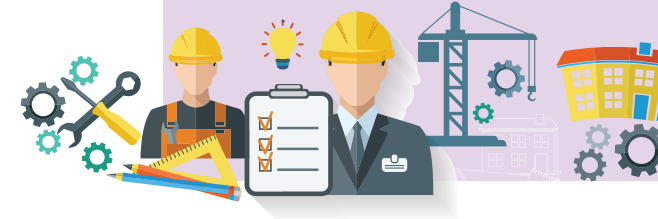
กำหนดสถานการณ์ปัญหาดังนี้

ตัวอย่างการเชื่อมโยง

บริษัทก่อสร้างดำรงต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้างในราคาประหยัด และมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้

นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาค่าเช่าที่ดินทั้งแปลงเดือนละ 7,000 บาท
นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่าได้โดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100 บาทต่อปี

ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้างดำรง ผู้เรียนจะตกลงเช่าที่ดินของใคร เพราะเหตุใด



จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้น จะเห็นว่าผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณค่าเช่าที่ดิน ต้องคำนึงถึงราคาที่ต้องการประหยัด ต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ การนำเสนอเฉพาะคำตอบของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญต่อแนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของผู้เรียนอาจเป็นดังนี้

ด.ช. ก่อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท ($7,000 \times 12 = 84,000$) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ด.ญ. นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่หรือ 800 ตารางวา เป็นเงิน 80,000 บาทต่อปี ซึ่งเป็นราคาเช่าที่ถูกกว่าเช่าที่ดินของนายบุญ

ด.ญ. นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีแล้วจะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท ($\frac{7000 \times 12}{900} \approx 93$) ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีก ในประเด็นที่ว่าในชีวิตจริงแล้วก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจการใดผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียวต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่น ๆ ด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าหรือออก ที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัท



เพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้น สามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะและกระบวนการการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมในด้านความคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

A

B

การพัฒนาทักษะและกระบวนการการให้เหตุผล

การให้เหตุผล เป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนจะนำไปใช้พัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงาน และการดำรงชีวิต

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ โดยทั่วไปเข้าใจกันว่าการฝึกให้รู้จักให้เหตุผลที่ง่ายที่สุด คือ การฝึกจากการเรียนเรขาคณิตตามแบบยุคลิด เพราะมีโจทย์เกี่ยวกับการให้เหตุผลมากมาย มีทั้งการให้เหตุผลอย่างง่าย ปานกลาง และยาก แต่แท้ที่จริงแล้วการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหา ของวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาอื่น ๆ ด้วย

4



องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุมีผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์ หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิด และให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผล ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า... แล้ว...” “ผู้เรียนคิดว่า... จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น

ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open – ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้



ตัวอย่างการให้เหตุผล

กำหนดโจทย์ปัญหา ดังนี้

ตัวอย่างการให้เหตุผล

ไม้ไผ่ลำหนึ่งยาว 2.85 เมตร ปักอยู่ในบึงแห่งหนึ่ง ซึ่งมีน้ำลึกโดยเฉลี่ย 1.30 เมตร ถ้าส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น $\frac{1}{3}$ ของความยาวของไม้ไผ่ลำนี้ ไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวกี่เมตร

สมมติว่า ด.ช. ก่อ แสดงวิธีทำตามแนวคิด ดังนี้

ความยาวของไม้ไผ่ส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น $\frac{1}{3}$ ของ 2.85 = 0.95 เมตร

ความยาวของไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำเท่ากับ 1.30 เมตร

ดังนั้นไม้ไผ่ส่วนที่อยู่ในดินยาว $2.85 - (0.95 + 1.30) = 0.6$ เมตร

ตอบ 0.6 เมตร

ด.ญ. ศรีเพ็ญ แสดงความคิดเห็นว่า โจทย์ข้อนี้หาคำตอบไม่ได้ เพราะว่า โจทย์กำหนดความลึกของน้ำ โดยเฉลี่ย 1.30 เมตร ตรงตำแหน่งที่ไม้ปักอยู่ ไม่ทราบว่ามี ความลึกของน้ำเท่าไรแน่ จึงไม่สามารถหาความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินได้

ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นว่า “ใครมีความคิดเห็นแตกต่างไปจากสองแนวคิดนี้หรือไม่” ถ้าไม่มีความเห็นเพิ่มเติมผู้สอนควรถามความคิดเห็นต่อว่า คำตอบของศรีเพ็ญมีเหตุผลที่ยอมรับได้หรือไม่

ในการฝึกให้ผู้เรียนให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล คำตอบของ ด.ญ. ศรีเพ็ญ ถือว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องสมเหตุสมผลคำตอบหนึ่ง

อาจมีผู้เรียนบางคนแสดงความคิดเห็นว่า วิธีทำของ ด.ช. ก่อ ยังไม่ถูกต้องเพราะเหตุว่าตำแหน่งที่ไม้ปักอยู่อาจปักอยู่ในบริเวณที่ตื้น หรือลึกกว่า 1.30 เมตร เพราะฉะนั้นความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินอาจน้อยกว่า หรือมากกว่า 0.6 เมตร ก็ได้ ถ้าผู้เรียนแสดงความคิดเห็นเช่นนี้ ผู้สอนควรใช้คำถามให้ผู้เรียนคิดว่าผู้เรียนจะแก้ไขวิธีทำของ ด.ช. ก่อ อย่างไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

ผู้เรียนอาจจะให้เหตุผลเพิ่มเติมโดยใช้คำว่า “ถ้า” ในบรรทัดที่สอง ดังนี้
ถ้า ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำยาว 1.30 เมตร ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินก็จะยาว 0.6 เมตร

หรือสรุปตรงคำตอบว่า ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวประมาณ 0.6 เมตรก็ได้

ตัวอย่างการให้เหตุผลในกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้คำถามประกอบการหาคำตอบ

ผู้สอนกำหนดโจทย์ จงทำ $(x^{-3}y^{-2}z^0)^{-2}$ เมื่อ x, y, z ไม่เท่ากับ 0 ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

คำถามของผู้สอน	ขั้นตอนแสดงวิธีทำ	การให้เหตุผลของผู้เรียน
1. จากโจทย์ผู้เรียนควรจะลดรูปส่วนใดก่อน เพราะเหตุใด	$(x^{-3}y^{-2}z^0)^{-2} = (x^{-3}y^{-2})^{-2}$	1. ลดรูป z^0 ก่อน เพราะว่าเมื่อ $z \neq 0$ จะได้ $z^0 = 1$ จะทำให้ลดตัวแปรเหลือเพียงสองตัว
2. ผู้เรียนจะใช้สมบัติใดต่อไป	$= (x^{-3})^{-2} \cdot (y^{-2})^{-2}$	2. จากสูตรที่เคยทราบว่า $(ab)^n = a^n b^n$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $b \neq 0$
3. ผู้เรียนจะใช้สมบัติใดต่อไปอีก	$= x^6 \cdot y^4$	3. จากสูตรที่เคยทราบว่า $(a^m)^n = a^{mn}$ เมื่อ $a \neq 0$



การพัฒนาทักษะและกระบวนการการคิดสร้างสรรค์

การคิดสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการและวิจารณ์ญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้ หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดสร้างสรรค์มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดพื้น ๆ เพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก

การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีกระบวนการคิด จินตนาการในการประยุกต์ที่จะนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่และมีคุณค่าที่คนส่วนใหญ่คาดคิดไม่ถึงหรือมองข้าม ตลอดจนส่งเสริมให้ผู้เรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้อยากเห็น อยากรับผิดชอบและทดลองสิ่งใหม่ ๆ อยู่เสมอ

บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรม การเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

ปัญหาปลายเปิดซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียน สำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งหาคำตอบหนึ่งได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งท้าทายให้ผู้เรียนคนอื่น ๆ คิดหาคำตอบอื่น ๆ ที่เหลืออยู่ สำหรับปัญหาที่มีแนวคิด หรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง แม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนต้องแสดงให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิด หรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิด หรือวิธีการที่หลากหลายของผู้เรียน ในการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลาย ๆ อย่างในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว

นอกจากนี้การให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสร้างปัญหาขึ้นเองให้มีโครงสร้างของปัญหาล้ำกับปัญหาเดิมที่ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย

ตัวอย่างปัญหาปลายเปิด

ตัวอย่างปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

“จงหาความยาวด้านที่เป็นจำนวนเต็มของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 15 หน่วย”

ผู้เรียนอาจแก้ปัญหานี้โดยการสมมติความยาวของด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วซึ่งต้องใช้ความรู้พื้นฐานที่ว่า “ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมย่อมยาวกว่าด้านที่สาม”

กรณี	ด้านที่ 1	ด้านที่ 2	ด้านที่ 3	หมายเหตุ
1	7	7	1	
2	6	6	3	
3	5	5	5	
4	4	4	7	
5	3	3	9	$3 + 3 < 9$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม
6	2	2	11	$2 + 2 < 11$ ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

จากตารางข้างต้น จะมีคำตอบเพียง 4 คำตอบเท่านั้น คือกรณี 1 – 4

นอกจากนี้ผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการสมมติตัวแปร อาจใช้การสมมติตัวแปรสร้างสมการ และหาคำตอบของสมการ ดังนี้

ให้ด้านที่ยาวเท่ากันของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาวด้านละ x หน่วย
ด้านที่สามยาว y หน่วย

$$\text{จะได้สมการ } 2x + y = 15$$

จากนั้นใช้การสมมติค่า x แล้วหาค่า y ซึ่งต้องอยู่ในเงื่อนไข “ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมย่อมยาวกว่าด้านที่สาม”



ตัวอย่างปัญหาที่สามารถแสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

“พี่น้องสามคน มีอายุห่างกันคนละ 2 ปี เรียงตามลำดับอายุจากน้อยไปหามาก คือ สมใจ สมหวัง และสมจิตร ทั้งสามคนมีอายุรวมกันเท่ากับ 75 ปี จงหาอายุของคนทั้งสาม”

แนวคิด 1

75 เป็นจำนวนคี่ ซึ่งได้จากผลบวกของจำนวนสามจำนวน แต่ละจำนวนที่อยู่ติดกันมีค่าแตกต่างกัน 2 ดังนั้น จำนวนทั้งสามจำนวนเป็นจำนวนคี่

สมมติจำนวนแล้วตรวจสอบผลบวก

$$19 + 21 + 23 = 63$$

$$21 + 23 + 25 = 69$$

$$23 + 25 + 27 = 75$$

คำตอบคือ สมใจ สมหวัง และสมจิตร มีอายุ 23, 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

แนวคิด 2

อายุของคนกลางคือ สมหวัง เป็นค่าเฉลี่ยของอายุของทั้งสามคน

หาค่าเฉลี่ยของอายุได้ $75 \div 3 = 25$ เป็นอายุของสมหวัง

ดังนั้น สมใจมีอายุ $25 - 2 = 23$ ปี และ

สมจิตรมีอายุ $25 + 2 = 27$ ปี

แนวคิด 3

สมมติอายุของน้องสุดท้องคือ สมใจ มีอายุ x ปี จะได้สมหวัง และสมจิตร มีอายุ $x + 2$ และ $x + 4$ ปี ตามลำดับ

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 75$$

$$3x + 6 = 75$$

$$3x = 69$$

$$x = 23$$

ดังนั้นสมใจ สมหวัง และสมจิตร มีอายุ 23, 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

นอกจากจะฝึกความคิดสร้างสรรค์กับโจทย์ปัญหาแล้ว ผู้สอนสามารถพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ในการเรียนรู้กิจกรรมอื่น ๆ ได้อีก เช่น กิจกรรมเกี่ยวกับการออกแบบ การต่อรูป การประดิษฐ์จากเงื่อนไขที่กำหนดให้

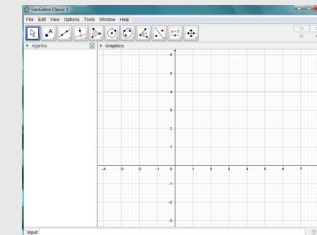
ภาคผนวก

GeoGebra

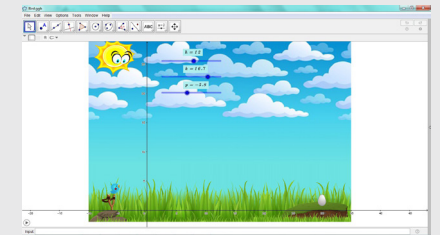
แหล่งความรู้เพิ่มเติม

ซอฟต์แวร์ประยุกต์ที่ช่วยในการสอนคณิตศาสตร์

GeoGebra เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์เชิงพลวัต ซึ่งรวมเรขาคณิต พีชคณิต สถิติ และแคลคูลัสไว้ด้วยกัน เหมาะสำหรับใช้ในโรงเรียนและสถาบันการศึกษาต่าง ๆ โปรแกรมนี้จัดเป็นระบบเรขาคณิตแบบโต้ตอบที่ผู้ใช้งานสามารถสร้างชิ้นงานด้วยจุด ส่วนของเส้นตรง เส้นตรง เวกเตอร์ รูปหลายเหลี่ยม ภาคตัดกรวย และฟังก์ชัน ซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตได้ในภายหลัง นอกจากนี้สามารถใส่สมการและจุดพิกัดได้โดยตรง ดังนั้นโปรแกรม GeoGebra จึงมีความสามารถที่จะจัดการกับตัวแปรที่เกี่ยวกับจำนวน เวกเตอร์ และจุด อีกทั้งยังสามารถใช้หาอนุพันธ์ ปริพันธ์ของฟังก์ชัน และการป้อนคำสั่งต่าง ๆ



ตัวอย่างการนำโปรแกรม GeoGebra ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในเรื่องแผนภาพจุด



ตัวอย่างการนำโปรแกรม GeoGebra ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในเรื่องพาราโบลา

The Geometer's Sketchpad (GSP)

The Geometer's Sketchpad หรือ GSP เป็นซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์เชิงเรขาคณิตพลวัต นิยมใช้ในการสร้าง สำนวน และวิเคราะห์สิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งยังใช้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) รวมทั้งวาดภาพที่มีความซับซ้อน และสามารถเคลื่อนไหวได้ อีกทั้งจะช่วยเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส และเรื่องอื่น ๆ เอื้อต่อการอธิบายหลักการคณิตศาสตร์ การตอบปัญหา และกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างข้อคาดการณ์ หรือใช้ตรวจสอบสมบัติของการสร้าง



ภาพหน้าจอของโปรแกรม



DLIT

เว็บไซต์สื่อและแหล่งเรียนรู้ที่ช่วยในการสอนคณิตศาสตร์

โครงการพัฒนาคุณภาพการศึกษาด้วยเทคโนโลยีสารสนเทศ (Distance Learning Information Technology: DLIT)

จากเว็บไซต์ <http://www.dlit.ac.th>

เว็บไซต์ที่จัดทำขึ้นเพื่อเสนอการจัดการเรียนรู้ผ่านเทคโนโลยีสารสนเทศ ที่มุ่งแก้ปัญหาการขาดแคลนครูของโรงเรียนขนาดกลางและขนาดใหญ่ ครอบคลุมโรงเรียนทั่วประเทศ มีส่วนประกอบหลัก 5 ส่วน ได้แก่ ห้องเรียน DLIT คลังสื่อการเรียนรู้ ชุมชนแห่งการเรียนรู้ คลังข้อสอบ และห้องสมุดดิจิทัล จัดทำโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน



kanchana pisek.or.th

โครงการสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน

โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว

จากเว็บไซต์ <http://kanchanapisek.or.th/kp6>

เว็บไซต์ที่รวบรวมสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว ซึ่งเป็นสารานุกรมที่จัดทำขึ้นเพื่อให้เด็กเยาวชน และผู้ที่สนใจได้มีโอกาสอ่านและศึกษาความรู้ด้วยตนเอง เว็บไซต์นี้รวบรวมสารานุกรมดังกล่าวในรูปแบบหนังสืออิเล็กทรอนิกส์ (E-Book) จำนวน 37 เล่ม โดยสารานุกรมในหมวดคณิตศาสตร์เป็นสารานุกรมเล่มที่ 6 จัดทำโดยโครงการสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว



Thai Teachers TV

โทรทัศน์ครู (Thai Teachers TV)

จากเว็บไซต์ <http://www.thaiteachers.tv>

เว็บไซต์ที่จัดทำขึ้นเพื่อเป็นแหล่งรวมข้อมูล วิดีทัศน์ เพื่อการศึกษาไทยและพัฒนาสู่ความเป็นครูมืออาชีพ ประกอบด้วยรายการที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนรายวิชาต่าง ๆ รวมทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษา จัดทำโดยสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ



Online Testing System

ระบบทดสอบออนไลน์ (Online Testing System)

จากเว็บไซต์ <http://onlinetesting.ipst.ac.th>

เป็นระบบหลักระบบหนึ่งในศูนย์การเรียนรู้ดิจิทัลฯ ที่ให้บริการแก่ ครู นักเรียน และผู้สนใจในการทำแบบทดสอบความรู้ด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ทั้งในส่วนของข้อสอบตามหลักสูตรแกนกลางฯ ที่สอดคล้องกับตัวชี้วัด และข้อสอบแข่งขันโครงการต่าง ๆ เช่น โครงการพัฒนาอัจฉริยภาพทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โครงการ TEDET เป็นต้น จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ





PISA

ระบบออนไลน์ข้อสอบ PISA

จากเว็บไซต์ <http://pisaitems.ipst.ac.th>

เป็นระบบออนไลน์ข้อสอบ PISA ที่ได้รับอนุญาตให้เผยแพร่ เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาศักยภาพผ่านการฝึกทำข้อสอบบนระบบคอมพิวเตอร์ และเป็นแหล่งการเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ทางการศึกษาได้ต่อไป จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

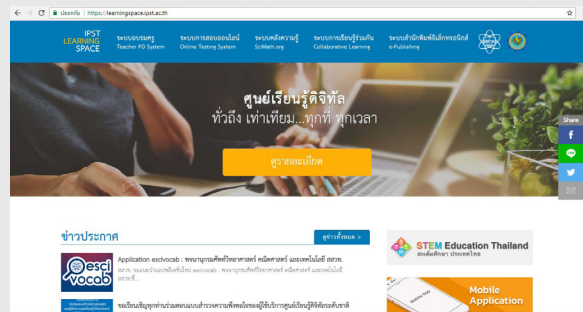


IPST Learning Space

ศูนย์เรียนรู้ดิจิทัลระดับชาติด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี สสวท. (IPST Learning Space)

จากเว็บไซต์ <http://learningspace.ipst.ac.th>

เว็บไซต์ที่จัดทำขึ้นเพื่อเป็นแหล่งเรียนรู้ออนไลน์ด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี โดยรวบรวมสื่อการเรียนรู้ที่มีมาตรฐาน คัดกรองคุณภาพ และความถูกต้องโดยผู้เชี่ยวชาญ และสอดคล้องกับหลักสูตรในโรงเรียนไว้อย่างครบครัน จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

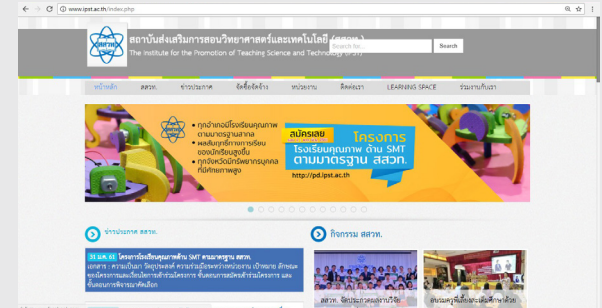


IPST

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

จากเว็บไซต์ <http://www.ipst.ac.th>

เว็บไซต์ที่จัดทำขึ้นเพื่อเป็นศูนย์รวมข่าวสาร ทุนการศึกษา กิจกรรม สื่อการเรียนการสอน ทั้งในส่วนของวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ คอมพิวเตอร์ เทคโนโลยี และสะเต็มศึกษา จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

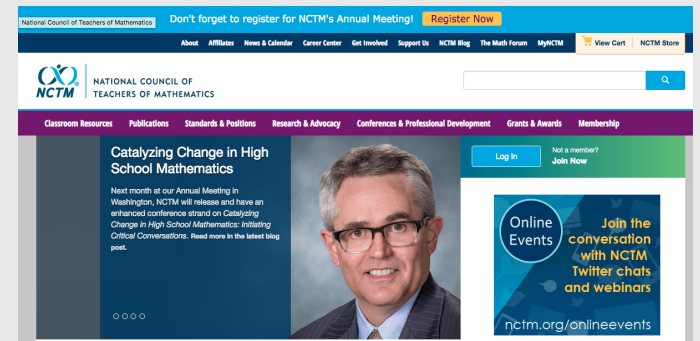


NCTM

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics: NCTM)

จากเว็บไซต์ <http://www.nctm.org>

เว็บไซต์ที่จัดทำขึ้นเพื่อรวบรวมข่าวสาร กิจกรรม เผยแพร่สื่อสิ่งพิมพ์ อิเล็กทรอนิกส์และสื่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพและผ่านการวิจัยจากทั่วโลก เพื่อพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง จัดทำโดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา





STEM

สะเต็มศึกษา ประเทศไทย (STEM Education Thailand)

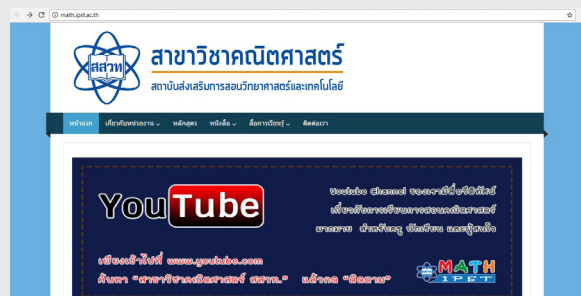
จากเว็บไซต์ <http://www.stemedthailand.org>

เว็บไซต์ที่จัดทำขึ้นเพื่อรวบรวมข่าวสาร กิจกรรม บทความ และแหล่งเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับสะเต็มศึกษา จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

MATH
IPST

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สสวท. จากเว็บไซต์ <http://math.ipst.ac.th>

เว็บไซต์ที่จัดทำขึ้นเพื่อรวบรวมข่าวสาร กิจกรรม บทความ สื่อการเรียนการสอน หนังสือเรียนอิเล็กทรอนิกส์ (E-Book) ในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ



อภิธานศัพท์

การแจกแจงความน่าจะเป็น (probability distribution)

การอธิบายลักษณะของตัวแปรสุ่มโดยการแสดงค่าที่เป็นไปได้ และความน่าจะเป็นของการเกิดค่าต่าง ๆ ของตัวแปรสุ่มนั้น

การแจกแจงทวินาม (binomial distribution)

การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม X ซึ่งแทนจำนวนครั้งของการเกิดผลสำเร็จของเหตุการณ์หนึ่งจากการลอง (trial) n ครั้ง ที่เป็นอิสระกัน และในแต่ละครั้งมีโอกาสเกิดผลสำเร็จด้วยความน่าจะเป็นเท่ากับ p และไม่เกิดผลสำเร็จด้วยความน่าจะเป็น $q = 1 - p$ ความน่าจะเป็นของ $X = x$ คือ

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, \dots, n$$

เขียนแทนด้วย $X \sim B(n, p)$

การแจกแจงเอกรูป (uniform distribution)

การแจกแจงของตัวแปรสุ่มที่ความน่าจะเป็นของการเกิดค่าใด ๆ หรือช่วงที่ความกว้างเท่ากันใด ๆ มีค่าเท่ากัน

กรณีตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง เรียกการแจกแจงนี้ว่า การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง (discrete uniform distribution) ถ้า X มีค่าเป็น x_1, x_2, \dots, x_n การแจกแจงของ X จะเป็นการแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง เมื่อ

$$P(X = x_j) = \frac{1}{n}, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

กรณีตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง เรียกการแจกแจงนี้ว่า การแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง (continuous uniform distribution) ถ้า X มีค่าในช่วง (a, b) การแจกแจงของ X จะเป็นการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง เมื่อ

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad a < x < b$$

ข้อมูล (data)

ข้อมูลเป็นข้อเท็จจริงหรือสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นข้อเท็จจริงของเรื่องที่สนใจ ซึ่งได้จากการเก็บรวบรวม อาจเป็นได้ทั้งข้อความและตัวเลข

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ



การแก้ปัญหา

การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตนเอง เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย รู้จักประยุกต์และปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาให้เหมาะสม รู้จักตรวจสอบและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ รวมถึงมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน นอกจากนี้ การแก้ปัญหายังเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้น ดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

การสื่อสาร เป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความคิดและสร้างความเข้าใจระหว่างบุคคล ผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การสังเกต และการแสดงท่าทาง

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการสื่อสารที่นอกจากนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การสังเกต และการแสดงท่าทางตามปกติแล้ว ยังเป็นการสื่อสารที่มีลักษณะพิเศษ โดยมีการใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน หรือแบบจำลอง เป็นต้น มาช่วยในการสื่อความหมายด้วย

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย หรือการเขียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น

การเชื่อมโยง

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหา และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีและกะทัดรัดขึ้น ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับผู้เรียนมากยิ่งขึ้น

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ จิตวิทยา พันธุกรรมศาสตร์ และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ การที่ผู้เรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้ง และมีความคงทนในการเรียนรู้ ตลอดจนช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้

การให้เหตุผล

การให้เหตุผล เป็นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัย การคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนจะนำไปใช้พัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงาน และการดำรงชีวิต

การคิดสร้างสรรค์

การคิดสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการ และวิจรรณญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้ หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดสร้างสรรค์ มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดพื้น ๆ เพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีกระบวนการคิด จินตนาการ ในการประยุกต์ ที่จะนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่และมีคุณค่าที่คนส่วนใหญ่คาดคิดไม่ถึงหรือมองข้าม ตลอดจนส่งเสริมให้ผู้เรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้ อยากเห็น อยากค้นคว้าและทดลองสิ่งใหม่ ๆ อยู่เสมอ



สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

Institute for the Promotion of
Teaching Science and Technology

924 ถนนสุขุมวิท แขวงพระโขนง
เขตคลองเตย กรุงเทพฯ 10110

Call Center 0-2335-5222

โทรศัพท์ 0-2392-4021

โทรสาร 0-2381-0750

www.ipst.ac.th

