

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ ดีเทอร์มิแนนต์ เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (2)

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

เข้าใจความหมาย และหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่ไม่เกินสาม

สาระสำคัญ

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้นี้ มีดังต่อไปนี้

ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาดเท่ากัน และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ จะได้ว่า

1. $\det(I) = 1$
2. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้วนำไปบวกกับสมาชิกแต่ละตัวที่อยู่ในหลักเดียวกันในอีกแถวหนึ่ง แล้ว
 $\det(B) = \det(A)$
3. $\det(AB) = \det(A) \det(B)$
4. $\det(A^n) = (\det(A))^n$

จุดประสงค์การเรียนรู้

แก้ปัญหาเมทริกซ์โดยอาศัยสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ได้

สาระการเรียนรู้

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้นี้ มีดังต่อไปนี้

ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาดเท่ากัน และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ จะได้ว่า

1. $\det(I) = 1$
2. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้วนำไปบวกกับสมาชิกแต่ละตัวที่อยู่ในหลักเดียวกันในอีกแถวหนึ่ง แล้ว
 $\det(B) = \det(A)$
3. $\det(AB) = \det(A) \det(B)$
4. $\det(A^n) = (\det(A))^n$

กระบวนการจัดการเรียนรู้

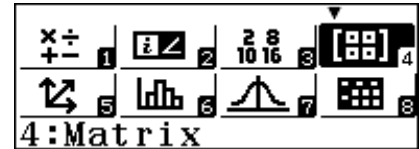
1. ครูทบทวนการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ขนาด 2×2 และ 3×3
2. ครูอธิบายวิธีการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ รุ่น ในการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ เช่นในการ

$\det(A)$ เมื่อ $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ มีขั้นตอนดังนี้

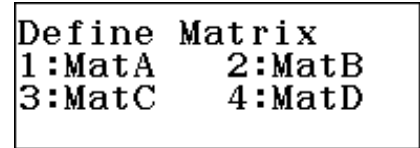
วิธีทำ

- 1) กดปุ่ม **MENU**

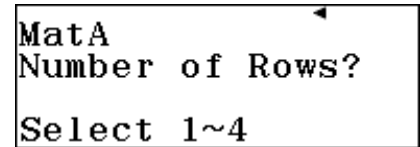
กด **4** เพื่อเลือกเมนู 4: Matrix



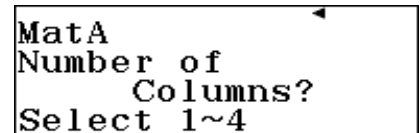
- 2) กดปุ่ม **1** เพื่อสร้าง Matrix A



- 3) กำหนด จำนวนแถว (Row) เป็น 2 กดปุ่ม **2**

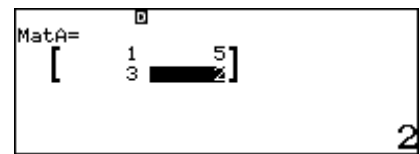


- 4) กำหนด จำนวนหลัก (Columns) เป็น 2 กดปุ่ม **2**

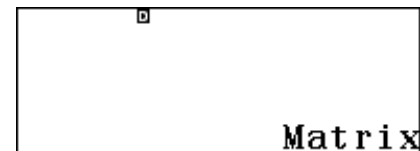


- 5) ใส่สมาชิกในเมทริกซ์ A

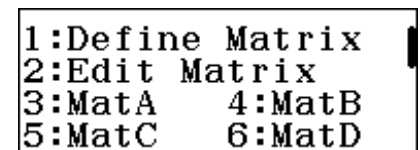
กด **1 = 5 = 3 = 2 =**



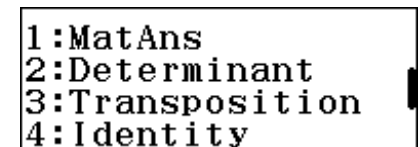
- 6) เสร็จแล้วกดปุ่ม **AC** เพื่อไปหน้าคำนวณ



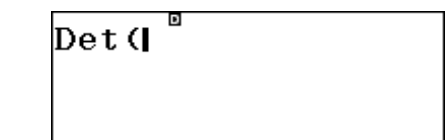
- 7) กด **OPTN**



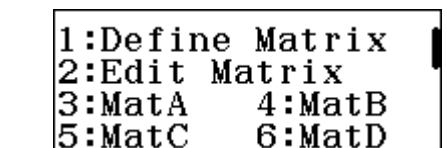
กด **2** ไปอีกหน้าของคำสั่ง



กด **2** เพื่อเลือกคำสั่ง 2:Determinant



- 8) กด **OPTN**



9) เรียกเมทริกซ์ A กด **[3]** แล้วปิดวงเล็บ **)**

Det (MatA)

10) ให้เครื่องคำนวณผลลัพธ์ กด **[=]**

Det (MatA) -13

11) คำนวณต่อเนื่องหากต้องการหาค่า $(\det(A))^3$

สามารถกด **[x^y]** **[3]** **)** **[=]** ซึ่งมีค่าเท่ากับ -2197

Det (MatA) -13
Ans^(3) -2197

12) หากต้องการหาค่า $\det(A^3)$

ให้กด **[OPTN]** **[v]** **[2]** **[OPTN]** **[3]** **[OPTN]**
[3] **[OPTN]** **[3]** **)** **[=]**

Det (MatAMatAMatA)
-2197

3. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
4. ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อนที่นั่งด้วยกัน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 7 โดยให้นักเรียนในแต่ละคู่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อโดยทำทีละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
5. ในใบกิจกรรมข้อที่ 1 นักเรียนจะสรุปได้ว่า $\det(I) = 1$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
6. ในใบกิจกรรมข้อที่ 2 นักเรียนจะสรุปได้ว่า ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้วนำไปบวกกับสมาชิกแต่ละตัวที่อยู่ในหลักเดียวกันในอีกแถวหนึ่ง แล้ว $\det(B) = \det(A)$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
7. ในใบกิจกรรมข้อที่ 3 นักเรียนจะสรุปได้ว่า $\det(AB) = \det(A) \det(B)$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
8. ในใบกิจกรรมข้อที่ 4 นักเรียนจะสรุปได้ว่า $\det(A^n) = (\det(A))^n$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 7 เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (2) โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ (ขั้นการฝึกทักษะ)
10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (2)
3. แบบฝึกทักษะที่ 7 เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (2)

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 7
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 7
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 7

เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ต่อไปนี้

1) จงหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้

1.1 กำหนดให้ $A = I_1 = [1]$ $\det(A) = \dots\dots\dots$

1.2 กำหนดให้ $A = I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\det(A) = \dots\dots\dots$

1.3 กำหนดให้ $A = I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\det(A) = \dots\dots\dots$

จากข้อ 1.1 – 1.3 จงสรุปข้อค้นพบเกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....
.....

2) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(A) = \dots\dots\dots$

2.1 ให้ B คือ เมทริกซ์ซึ่งเกิดจากคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวที่ 1 ของ A ด้วย 2 แล้วนำไปบวกกับสมาชิก

แต่ละตัวในแถวที่ 2 ดังนั้น $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1(2)+2 & 2(2)+1 & 4(2)+4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 12 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

จะได้ $\det(B) = \dots\dots\dots$

2.2 ให้ C คือ เมทริกซ์ซึ่งเกิดจากคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวที่ 2 ของ A ด้วย 3 แล้วนำไปบวกกับสมาชิก

แต่ละตัวในแถวที่ 1 ดังนั้น $C = \begin{bmatrix} 2(3)+1 & 1(3)+2 & 4(3)+4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 16 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

จะได้ $\det(C) = \dots\dots\dots$

2.3 ให้ D คือ เมทริกซ์ซึ่งเกิดจากคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวที่ 3 ของ A ด้วย 3 แล้วนำไปบวกกับสมาชิก

แต่ละตัวในแถวที่ 1 ดังนั้น $D = \begin{bmatrix} 1(3)+1 & 4(3)+2 & 3(3)+4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

จะได้ $\det(D) = \dots\dots\dots$

จากข้อ 2.1 – 2.3 จงสรุปข้อค้นพบเกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

3) จงหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้

3.1 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

$\det(AB) = \dots\dots\dots$ $\det(A)\det(B) = \dots\dots\dots$

$\det(AC) = \dots\dots\dots$ $\det(A)\det(C) = \dots\dots\dots$

$\det(BC) = \dots\dots\dots$ $\det(B)\det(C) = \dots\dots\dots$

3.2 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 4 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\det(AB) = \dots\dots\dots$ $\det(A)\det(B) = \dots\dots\dots$

$\det(AC) = \dots\dots\dots$ $\det(A)\det(C) = \dots\dots\dots$

$\det(BC) = \dots\dots\dots$ $\det(B)\det(C) = \dots\dots\dots$

จากข้อ 3.1-3.2 จงสรุปข้อค้นพบเกี่ยวกับสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

.....

4) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -9 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -7 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

$$\det(A^2) =$$

$$(\det(A))^2 =$$

$$\det(A^3) =$$

$$(\det(A))^3 =$$

$$\det(B^3) =$$

$$(\det(B))^3 =$$

$$\det(B^4) =$$

$$(\det(B))^4 =$$

จากข้อ 4) จงสร้างข้อคาดการณ์

.....

.....

แบบฝึกทักษะที่ 7

เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ (2)

คำชี้แจง จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ มี $\det(A) = 5$ และ $B = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$ มี $\det(B) = -2$

1) $\det(I_3) =$

2) $\det(I_4) =$

2) $\det\left(\begin{bmatrix} a & b \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix}\right) =$

4) $\det\left(\begin{bmatrix} 3c+a & 3d+b \\ c & d \end{bmatrix}\right) =$

5) $\det(AB) =$

6) $\det(BA) =$

7) $\det(A^4) =$

8) $\det(B)^7 =$