

ผลการเรียนรู้

หาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตและจำกัดเขตของฟังก์ชันพีชคณิตที่กำหนดให้ และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระสำคัญ

สมบัติของปริพันธ์จำกัดเขต กำหนด f, g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[a, b]$

1. $\int_a^a f(x)dx = 0$
2. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
3. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$; $c \in [a, b]$
4. $\int_a^b kdx = k(b-a)$; k คือค่าคงที่
5. $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$
6. $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนใช้สมบัติของปริพันธ์จำกัดเขตในการแก้ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

ปริพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนสูตรการหาปริพันธ์ไม่จำกัดเขตของฟังก์ชัน ดังนี้

สูตรที่ 1 ถ้า k เป็นค่าคงตัวแล้ว $\int k dx = kx + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

สูตรที่ 2 ถ้า a เป็นจำนวนจริงและ $a \neq -1$ แล้ว $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

สูตรที่ 3 ถ้า k เป็นค่าคงตัวแล้ว แล้ว $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

สูตรที่ 4 $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

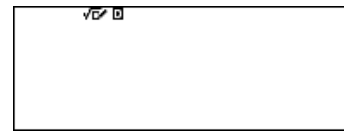
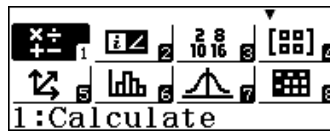
สูตรที่ 5 $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนใช้สมบัติของปริพันธ์จำกัดเขตในการแก้ปัญหาได้

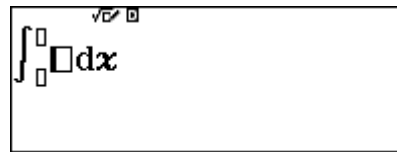
2. ครูยกตัวอย่างการใช้เครื่องคำนวณในการหาค่าปริพันธ์จำกัดเขต เช่นในการหาค่าของ

$$\int_2^5 (x^2 + 2x + 5)dx \text{ ทำได้ดังนี้}$$

- 1) ใช้ MENU 1 : Calculate

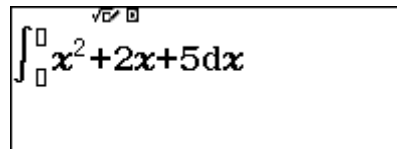


- 2) กดปุ่ม $\int \square dx$



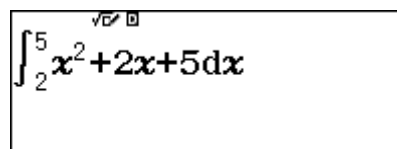
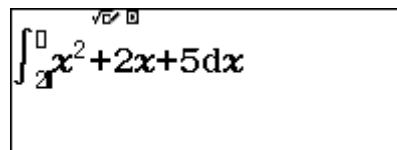
- 3) ป้อนฟังก์ชันที่ต้องการหาปริพันธ์

ดังนี้ x x^2 $+$ 2 x $+$ 5

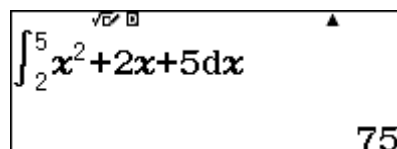


- 4) ป้อนลิมิตบนและลิมิตล่างของปริพันธ์ดังนี้

∇ 2 \blacktriangle 5



- 5) กด $=$



3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 3 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
4. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรม ดังนี้
- จากใบกิจกรรมข้อที่ 1
ข้อค้นพบคือ $\int_a^a f(x)dx = 0$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
 - จากใบกิจกรรมข้อที่ 2
ข้อค้นพบคือ $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
 - จากใบกิจกรรมข้อที่ 3
ข้อค้นพบคือ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$; $c \in [a, b]$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
 - จากใบกิจกรรมข้อที่ 4
ข้อค้นพบคือ $\int_a^b kdx = k(b-a)$; k คือค่าคงที่ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
 - จากใบกิจกรรมข้อที่ 5
ข้อค้นพบคือ $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
 - จากใบกิจกรรมข้อที่ 6
 $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3 (ขั้นการฝึกทักษะ)

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่องสมบัติของปริพันธ์จำกัดเขต
3. แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่องสมบัติของปริพันธ์จำกัดเขต

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 3
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง สมบัติของปริพันธ์จำกัดเขต

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ทำกิจกรรมต่อไปนี้

- 1) จงหาปริพันธ์จำกัดเขต ต่อไปนี้และสร้างข้อคาดการณ์

$$1.1 \int_5^5 (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$1.2 \int_{-4}^{-4} (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$1.3 \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$1.4 \int_4^4 (x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}})dx =$$

$$1.5 \int_{10}^{10} (x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}})dx =$$

$$1.6 \int_{15}^{15} (x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}})dx =$$

จากข้อที่ 1) สามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ดังนี้

.....
.....
.

- 2) จงหาปริพันธ์จำกัดเขต ต่อไปนี้และสร้างข้อคาดการณ์

$$2.1 \int_2^3 (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$\int_3^2 (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$2.2 \int_2^{10} (\sqrt{x} + x)dx =$$

$$\int_{10}^2 (\sqrt{x} + x)dx =$$

$$2.3 \int_2^5 \left(\frac{8}{x^2} - 6x^2\right)dx =$$

$$\int_5^2 \left(\frac{8}{x^2} - 6x^2\right)dx =$$

$$2.4 \int_1^8 \left(x^{\frac{4}{3}} + 2x^{\frac{1}{2}} - 7\right)dx =$$

$$\int_8^1 \left(x^{\frac{4}{3}} + 2x^{\frac{1}{2}} - 7\right)dx =$$

$$2.5 \int_3^6 (\sqrt{2x+5})dx =$$

$$\int_6^3 (\sqrt{2x+5})dx =$$

จากข้อที่ 2) สามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ดังนี้

.....
.....

3) จงหาปริพันธ์จำกัดเขต ต่อไปนี้และสร้างข้อคาดการณ์

$$3.1 \int_{-2}^5 (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$\int_{-2}^3 (x^2 + 2x + 5)dx + \int_3^5 (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$3.2 \int_1^{10} (\sqrt{x} + 2x)dx =$$

$$\int_1^2 (\sqrt{x} + 2x)dx + \int_2^{10} (\sqrt{x} + 2x)dx =$$

$$3.3 \int_1^8 \left(\frac{8}{x^2} - 6x^2\right)dx =$$

$$\int_1^5 \left(\frac{8}{x^2} - 6x^2\right)dx + \int_5^8 \left(\frac{8}{x^2} - 6x^2\right)dx =$$

$$3.4 \int_1^8 \left(8x^{\frac{4}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}}\right)dx =$$

$$\int_1^5 \left(8x^{\frac{4}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}}\right)dx + \int_5^8 \left(8x^{\frac{4}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}}\right)dx =$$

$$3.5 \int_3^6 (\sqrt{2x+1})dx =$$

$$\int_3^4 (\sqrt{2x+1})dx + \int_4^6 (\sqrt{2x+1})dx =$$

จากข้อที่ 3) สามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ดังนี้

.....

 .

4) จงหาค่าต่อไปนี้และสร้างข้อคาดการณ์

$$4.1 \int_2^5 3dx =$$

$$3(5 - 2) =$$

$$4.2 \int_{-7}^{10} 3dx =$$

$$3(10 - (-7)) =$$

$$4.3 \int_5^{10} 6dx =$$

$$6(10 - 5) =$$

$$4.4 \int_1^{12} 9dx =$$

$$9(12 - 1) =$$

$$4.5 \int_{\sqrt{2}}^{3\sqrt{2}} \sqrt{2}dx =$$

$$\sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{2}) =$$

จากข้อที่ 4) สามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ดังนี้

.....

 .

5) จงหาปริพันธ์จำกัดเขต ต่อไปนี้และสร้างข้อาคาดการณ์

$$5.1 \int_{-2}^5 3(x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$5.2 \int_1^{10} 4(\sqrt{x} + 2x)dx =$$

$$5.3 \int_1^8 10\left(\frac{8}{x^2} - 6x^2\right)dx =$$

$$5.4 \int_1^8 2\left(8x^{\frac{4}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}}\right)dx =$$

$$3.5 \int_3^6 4(\sqrt{2x+1})dx =$$

$$3 \int_{-2}^5 (x^2 + 2x + 5)dx =$$

$$4 \int_1^{10} (\sqrt{x} + 2x)dx =$$

$$10 \int_1^8 \left(\frac{8}{x^2} - 6x^2\right)dx =$$

$$2 \int_1^8 \left(8x^{\frac{4}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}}\right)dx =$$

$$4 \int_3^6 (\sqrt{2x+1})dx =$$

จากข้อที่ 5) สามารถสร้างข้อาคาดการณ์ได้ดังนี้

.....

 .

6) จงหาปริพันธ์จำกัดเขต ต่อไปนี้และสร้างข้อาคาดการณ์

$$6.1 \int_{-2}^5 (x^2 + 2)dx + \int_{-2}^5 (2x + 1)dx =$$

$$6.2 \int_{-2}^5 (x^2 + 2)dx - \int_{-2}^5 (2x + 1)dx =$$

$$6.3 \int_3^{10} \left(5x^2 + \frac{7}{2}x\right)dx + \int_3^{10} (8)dx =$$

$$6.4 \int_3^{10} \left(5x^2 + \frac{7}{2}x\right)dx - \int_3^{10} (8)dx =$$

$$6.5 \int_4^{10} \left(2x^{\frac{1}{2}} + x^2\right)dx + \int_4^{10} \left(5x^{\frac{1}{2}} - x^2\right)dx =$$

$$6.6 \int_4^{10} \left(2x^{\frac{1}{2}} + x^2\right)dx - \int_4^{10} \left(5x^{\frac{1}{2}} - x^2\right)dx =$$

$$\int_{-2}^5 [(x^2 + 2) + (2x + 1)]dx =$$

$$\int_{-2}^5 [(x^2 + 2) - (2x + 1)]dx =$$

$$\int_3^{10} \left[\left(5x^2 + \frac{7}{2}x\right) + 8\right]dx =$$

$$\int_3^{10} \left[\left(5x^2 + \frac{7}{2}x\right) - 8\right]dx =$$

$$\int_4^{10} \left[\left(2x^{\frac{1}{2}} + x^2\right) + \left(5x^{\frac{1}{2}} - x^2\right)\right]dx =$$

$$\int_4^{10} \left[\left(2x^{\frac{1}{2}} + x^2\right) - \left(5x^{\frac{1}{2}} - x^2\right)\right]dx =$$

จากข้อที่ 6) สามารถสร้างข้อาคาดการณ์ได้ดังนี้

.....

 .

แบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่อง สมบัติของปริพันธ์จำกัดเขต

คำชี้แจง จงหาปริพันธ์จำกัดเขตต่อไปนี้

- 1) $\int_{10}^{10} (x^2 - 2x - 5)dx =$
- 2) $\int_8^8 (8x^{\frac{4}{3}} + 6x^{\frac{1}{2}})dx =$
- 3) $\int_6^6 (\sqrt{3x+1})dx =$
- 4) $\int_4^6 (5)dx =$
- 5) $\int_1^{101} (9)dx =$
- 6) $\int_{-\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} (3\sqrt{3})dx =$
- 7) $\int_1^4 (x^2 - 2x)dx + \int_4^{10} (x^2 - 2x)dx =$
- 8) $\int_1^5 (3x^2 - 2)dx + \int_5^6 (3x^2 - 2)dx + \int_6^{10} (3x^2 - 2)dx =$
- 9) $\int_1^4 (x^2 - 2x)dx - \int_{10}^4 (x^2 - 2x)dx =$
- 10) $\int_1^4 \frac{\sqrt{3}}{2} (x^2 - 2x)dx =$
- 11) $\int_2^4 (x^2 - 2x + 7)dx + \int_2^4 (2x)dx =$
- 12) $\int_1^{10} (x^2 - 2x)dx + \int_1^{10} (x^2 + 3x)dx - \int_1^{10} (x^2 + x)dx =$