**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

**หน่วยการเรียนรู้ ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน เวลา 1 ชั่วโมง**

**ผลการเรียนรู้**

ตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่กำหนดให้

**สาระสำคัญ**

**ลิมิตของฟังก์ชัน**

สำหรับฟังก์ชัน  ใด ๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง ถ้า  เข้าใกล้จำนวนจริง  เมื่อ  เข้าใกล้  ทางด้านซ้ายแล้ว จะเรียก  ว่า “ลิมิตซ้ายของ เมื่อ  เข้าใกล้  ทางด้านซ้าย” เขียนแทนด้วย

ถ้า  เข้าใกล้จำนวนจริง  เมื่อ  เข้าใกล้  ทางด้านขวาแล้ว จะเรียก  ว่า “ลิมิตขวาของ เมื่อ  เข้าใกล้  ทางด้านขวา” เขียนแทนด้วย

ถ้า  แล้ว  มีค่า และ 

แต่ถ้า  แล้ว  ไม่มีค่า

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

นักเรียนสามารถหาค่าลิมิตของฟังก์ชันได้

**สาระการเรียนรู้**

ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

1. ทบทวนความรู้เดิมเรื่องการหาค่าของฟังก์ชัน จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนหาค่าลิมิตของฟังก์ชันได้
2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 1 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
3. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรม ดังนี้

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 1  เมื่อ  ทำได้ดังนี้

1. กดปุ่ม MENU



1. เลือกเมนู 9:Table

1. กำหนดฟังก์ชัน  โดยกด [d+2[+3
2. กดปุ่ม ==

1. ระบุค่า Start เป็น 1.9 และค่า End เป็น 1.99

และ Step เป็น 0.01 โดยกด

1.9=1.99=

0.01=

จากนั้นกดปุ่ม =

1. สามารถหาค่า f(x) เมื่อ x เป็นค่าอื่น ๆ นอกเหนือจากในตารางโดยป้อนค่า x ที่ต้องการลงไปและกดปุ่ม=

 

 

1. หาค่า  โดยกดC==

  

1. ระบุค่า Start และค่า End และ Step ของ x

เป็น 2.1, 2.01 และ 0.01 ตามลำดับ โดยกด

2.1=2.01

=0.01=

จากนั้นกดปุ่ม =

1. สามารถหาค่า f(x) เมื่อ x เป็นค่าอื่น ๆ นอกเหนือจากในตารางโดยป้อนค่า x ที่ต้องการลงไปและกดปุ่ม=

 

 

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 1

เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1.9 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  เข้าใกล้ 11

จึงสรุปได้ว่า 

เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 2.1 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  เข้าใกล้ 11

จึงสรุปได้ว่า 

ข้อค้นพบคือ  ดังนั้น (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 2

เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 4.9 และมีค่าเข้าใกล้ 5 ค่าของ  เข้าใกล้ 10

จึงสรุปได้ว่า 

เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 5.1 และมีค่าเข้าใกล้ 5 ค่าของ  เข้าใกล้ 10

จึงสรุปได้ว่า 

ข้อค้นพบคือ ดังนั้น  (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 3

เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 3.9 และมีค่าเข้าใกล้ 4 ค่าของ  เท่ากับ – 1

จึงสรุปได้ว่า 

เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 4.1 และมีค่าเข้าใกล้ 4 ค่าของ  เท่ากับ – 1

จึงสรุปได้ว่า 

ข้อค้นพบคือ ดังนั้น  (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 4

เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.9 และมีค่าเข้าใกล้ 1 ค่าของ  เข้าใกล้ – 1

จึงสรุปได้ว่า 

เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 1.1 และมีค่าเข้าใกล้ 1 ค่าของ  เข้าใกล้ 1

จึงสรุปได้ว่า 

ข้อค้นพบคือ ดังนั้น  ไม่มีค่า (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 5

เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1.9 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  เท่ากับ 1

จึงสรุปได้ว่า 

เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 2.1 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  เท่ากับ -1

จึงสรุปได้ว่า

ข้อค้นพบคือ ดังนั้น ไม่มีค่า (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 6

เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก – 0.1 และมีค่าเข้าใกล้ 0 ค่าของ  เข้าใกล้ – 1

จึงสรุปได้ว่า 

เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 0.1 และมีค่าเข้าใกล้ 0 ค่าของ  เข้าใกล้ 1

จึงสรุปได้ว่า 

ข้อค้นพบคือ ดังนั้น ไม่มีค่า (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

1. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1 (ขั้นการฝึกทักษะ)

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้**

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องการหาค่าลิมิตของฟังก์ชัน
3. แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่องการหาค่าลิมิตของฟังก์ชัน

**การวัดผลและประเมินผล**

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 1
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 1
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

**ใบกิจกรรมที่ 1**

**เรื่อง การหาค่าลิมิตของฟังก์ชัน**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เติมค่าของฟังก์ชันให้สมบูรณ์ พร้อมทั้งพิจารณาว่าลิมิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ในแต่ละข้อมีค่าหรือไม่ ถ้ามีจงหาลิมิต

1. , 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1.9 |  |
| 1.99 |  |
| 1.999 |  |
| 1.9999 |  |
| 1.99999 |  |
| 1.999999 |  |
| 1.99999999 |  |
| 1.999999999 |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 2.1 |  |
| 2.01 |  |
| 2.001 |  |
| 2.0001 |  |
| 2.00001 |  |
| 2.000001 |  |
| 2.00000001 |  |
| 2.000000001 |  |

ตาราง A ตาราง B

จากตาราง A เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1.9 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  …………………………..

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จากตาราง B เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 2.1 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  ………………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จงสรุปข้อค้นพบ..........................................................................................................................................................

1. , 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 4.9 |  |
| 4.99 |  |
| 4.999 |  |
| 4.9999 |  |
| 4.99999 |  |
| 4.999999 |  |
| 4.9999999 |  |
| 4.99999999 |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 5.1 |  |
| 5.01 |  |
| 5.001 |  |
| 5.0001 |  |
| 5.00001 |  |
| 5.000001 |  |
| 5.0000001 |  |
| 5.00000001 |  |

ตาราง A ตาราง B

จากตาราง A เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 4.9 และมีค่าเข้าใกล้ 5 ค่าของ  ………………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จากตาราง B เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 5.1 และมีค่าเข้าใกล้ 5 ค่าของ  ………………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จงสรุปข้อค้นพบ..........................................................................................................................................................

1. , 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 3.9 |  |
| 3.99 |  |
| 3.999 |  |
| 3.9999 |  |
| 3.99999 |  |
| 3.999999 |  |
| 3.9999999 |  |
| 3.99999999 |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 4.1 |  |
| 4.01 |  |
| 4.001 |  |
| 4.0001 |  |
| 4.00001 |  |
| 4.000001 |  |
| 4.0000001 |  |
| 4.00000001 |  |

ตาราง A ตาราง B

จากตาราง A เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 3.9 และมีค่าเข้าใกล้ 4 ค่าของ  ……………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จากตาราง B เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 4.1 และมีค่าเข้าใกล้ 4 ค่าของ  ………………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จงสรุปข้อค้นพบ..........................................................................................................................................................

1. , 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0.9 |  |
| 0.99 |  |
| 0.999 |  |
| 0.9999 |  |
| 0.99999 |  |
| 0.999999 |  |
| 0.9999999 |  |
| 0.99999999 |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1.1 |  |
| 1.01 |  |
| 1.001 |  |
| 1.0001 |  |
| 1.00001 |  |
| 1.000001 |  |
| 1.0000001 |  |
| 1.00000001 |  |

ตาราง A ตาราง B

จากตาราง A เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.9 และมีค่าเข้าใกล้ 1 ค่าของ  ……………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จากตาราง B เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 1.1 และมีค่าเข้าใกล้ 1 ค่าของ  ………………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จงสรุปข้อค้นพบ..........................................................................................................................................................

1. , 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1.9 |  |
| 1.99 |  |
| 1.999 |  |
| 1.9999 |  |
| 1.99999 |  |
| 1.999999 |  |
| 1.99999999 |  |
| 1.999999999 |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 2.1 |  |
| 2.01 |  |
| 2.001 |  |
| 2.0001 |  |
| 2.00001 |  |
| 2.000001 |  |
| 2.0000001 |  |
| 2.00000001 |  |

ตาราง A ตาราง B

จากตาราง A เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 1.9 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  ……………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จากตาราง B เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 2.1 และมีค่าเข้าใกล้ 2 ค่าของ  ……………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จงสรุปข้อค้นพบ..........................................................................................................................................................

1. , 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| -0.1 |  |
| -0.01 |  |
| -0.001 |  |
| -0.0001 |  |
| -0.00001 |  |
| -0.000001 |  |
| -0.0000001 |  |
| -0.00000001 |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0.1 |  |
| 0.01 |  |
| 0.001 |  |
| 0.0001 |  |
| 0.00001 |  |
| 0.000001 |  |
| 0.0000001 |  |
| 0.00000001 |  |

ตาราง A ตาราง B

จากตาราง A เมื่อ  มีค่าเพิ่มขึ้นจาก – 0.1 และมีค่าเข้าใกล้ 0 ค่าของ  …………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จากตาราง B เมื่อ  มีค่าลดลงจาก 0.1 และมีค่าเข้าใกล้ 0 ค่าของ  ……………………………

จึงสรุปได้ว่า  ………………………….

จงสรุปข้อค้นพบ..........................................................................................................................................................

**แบบฝึกทักษะที่ 1**

**เรื่อง การหาค่าลิมิตของฟังก์ชัน**

**คำชี้แจง** จงหาค่าลิมิตของฟังก์ชันต่อไปนี้

1. 

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

1. 

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

1. 

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

1. 

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

1. 

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………

 …………………………………………………………………………………………………………………………